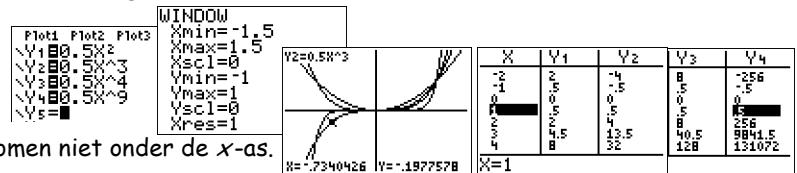


1a Zie de plot hiernaast.



1b Alle grafiek gaan door $O(0,0)$ en $(1;0,5)$.

1c De grafieken van $y = 0,5x^2$ en $y = 0,5x^6$ komen niet onder de x -as.

1d De grafieken van $y = 0,5x^2$ en $y = 0,5x^6$ hebben de y -as als symmetrieas.

2a Zie de plot hiernaast.

$$2b \boxed{a} \quad y_1 = 0,5x^2 \xrightarrow{\text{translatie } (0, 2)} y_2 = 0,5x^2 + 2.$$

Translatie $(0, 2)$ is een verschuiving van 0 naar rechts en 2 eenheden omhoog.

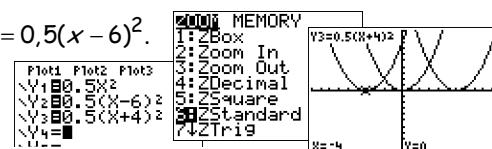
$$2c \boxed{a} \quad y_1 = 0,5x^2 \xrightarrow{\text{translatie } (0, -3)} y_3 = 0,5x^2 - 3.$$

$$2d \boxed{a} \quad y = 0,5x^2 \xrightarrow{\text{translatie } (0, 6)} y = 0,5x^2 + 6.$$

$$3a \boxed{a} \quad \text{Zie de plot hiernaast; } y_1 = 0,5x^2 \xrightarrow{\text{translatie } (6, 0)} y_2 = 0,5(x-6)^2.$$

$$3b \boxed{a} \quad y_1 = 0,5x^2 \xrightarrow{\text{translatie } (-4, 0)} y_3 = 0,5(x+4)^2.$$

$$3c \boxed{a} \quad y = 0,5x^2 \xrightarrow{\text{translatie } (2, 0)} y = 0,5(x-2)^2.$$



$$4a \boxed{a} \quad y = -5(x-2)^2 + 5; \quad y = -5(x+3)^2 + 6; \quad y = -5(x-7)^2.$$

$$4b \boxed{a} \quad y = 4(x+5)^5 + 7; \quad y = 4x^5 - 10; \quad y = 4(x-320)^5 + 50.$$

$$5a \quad y = 5(x-4)^2 + 1 + 6 = 5(x-4)^2 + 7.$$

$$5d \quad y = 3(x-5-4)^6 + 8 + 6 = 3(x-9)^6 + 14.$$

$$5b \quad y = (x-6-4)^3 + 6 = (x-10)^3 + 6.$$

$$5e \quad y = -2(x+4-4)^5 + 6 + 6 = -2x^5 + 12.$$

$$5c \quad y = -(x-4)^4 + 2 + 6 = -(x-4)^4 + 8.$$

$$5f \quad y = -2(x-4-4)^2 - 6 + 6 = -2(x-8)^2.$$

$$6a \quad y = 5(x-8)^6 - 3.$$

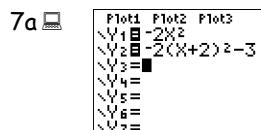
$$6d \quad y = -5(x-1-2)^3 + 8 - 7 = -5(x-3)^3 + 1.$$

$$6b \quad y = -3(x+4)^4 + 6.$$

$$6e \quad y = (x+8)^5 + 6 - 3 = (x+8)^5 + 3.$$

$$6c \quad y = 2(x-3-5)^2 = 2(x-8)^2.$$

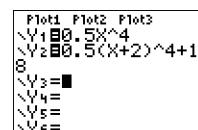
$$6f \quad y = -(x-7)^4 - 8.$$



$$y = -2x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (-2, -3)} f(x) = -2(x+2)^2 - 3.$$

$$\max. f(-2) = -3.$$

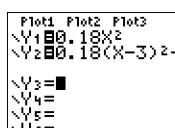
7c



$$y = 0,5x^4 \xrightarrow{\text{transl. } (-2, 18)} h(x) = 0,5(x+2)^4 + 18.$$

$$\min. h(-2) = 18.$$

7b



$$y = 0,18x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (3, -4)} g(x) = 0,18(x-3)^2 - 4.$$

$$\min. g(3) = -4.$$

7d



$$y = -x^8 \xrightarrow{\text{transl. } (3, -10)} k(x) = -(x-3)^8 - 10.$$

$$\max. k(3) = -10.$$

8a

$$8a \quad y = -3x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (5, 8)} f(x) = -3(x-5)^2 + 8 \Rightarrow \max. f(5) = 8.$$

8b

$$8b \quad y = 5x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (0, 7)} g(x) = 5x^2 + 7 \Rightarrow \min. g(0) = 7.$$

8c

$$8c \quad y = 2x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (-8, 0)} h(x) = 2(x+8)^2 \Rightarrow \min. h(-8) = 0.$$

8d

$$8d \quad y = 6x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (8, 12)} k(x) = 6(x-8)^2 + 12 \Rightarrow \min. k(8) = 12.$$

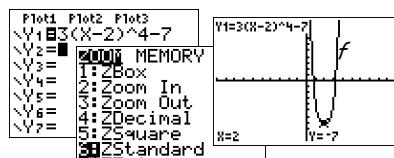
8e

$$8e \quad y = -0,5x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (100, 0)} l(x) = -0,5(x-100)^2 \Rightarrow \max. l(100) = 0.$$

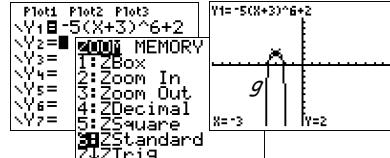
8f

$$8f \quad y = -0,4x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (-0,15; -0,3)} m(x) = -0,4(x+0,15)^2 - 0,3 \Rightarrow \max. m(-0,15) = -0,3.$$

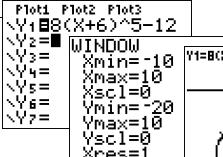
9a $f(x) = 3(x-2)^4 - 7 \Rightarrow$ top $(2, -7)$.
(maak een schets van de plot)



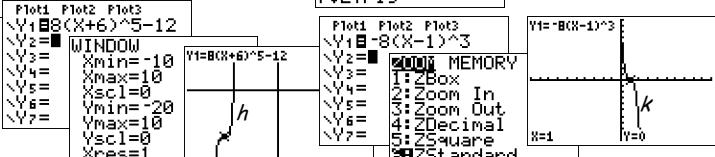
9b $g(x) = -5(x+3)^6 + 2 \Rightarrow$ top $(-3, 2)$.
(maak een schets van de plot)



9c $h(x) = 8(x+6)^5 - 12 \Rightarrow$ punt van symm. $(-6, -12)$.
(maak een schets van de plot)

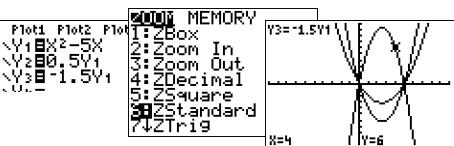


9d $k(x) = -8(x-1)^3 \Rightarrow$ punt van symm. $(1, 0)$.
(maak een schets van de plot)



10a Zie de plot hiernaast.

10b $y_1 = x^2 - 5x$ y-waarden met 0,5 vermenigvuldigen $\rightarrow y_2 = 0,5(x^2 - 5x)$.



$y_1 = x^2 - 5x$ y-waarden met -1,5 vermenigvuldigen $\rightarrow y_3 = -1,5(x^2 - 5x)$.

11a $y = 0,3x^2$ transl. $(-5, 6)$ $\rightarrow y = 0,3(x+5)^2 + 6$ verm. t.o.v. de x-as met -3 $\rightarrow y = -0,9(x+5)^2 - 18$.
top $(0, 0)$ top $(-5, 6)$ top $(-5, -18)$

11b $y = 0,5x^4$ verm. t.o.v. de x-as met -4 $\rightarrow y = -2x^4$ transl. $(-3, 5)$ $\rightarrow y = -2(x+3)^4 + 5$.
top $(0, 0)$ top $(0, 0)$ top $(-3, 5)$

11c $y = -3x^5 + 4$ transl. $(2, -7)$ $\rightarrow y = -3(x-2)^5 - 3$ verm. t.o.v. de x-as met 6 $\rightarrow y = -18(x-2)^5 - 18$.
punt van symm. $(0, 4)$ punt van symm. $(2, -3)$ punt van symm. $(2, -18)$

12a $y = -0,12x^2$ transl. $(4, 5)$ $\rightarrow y = -0,12(x-4)^2 + 5$ verm. t.o.v. de x-as met 4 $\rightarrow y = -0,48(x-4)^2 + 20$.
top $(0, 0)$ top $(4, 5)$ top $(4, 20)$

12b $y = 5x^4$ verm. t.o.v. de x-as met -2 $\rightarrow y = -10x^4$ transl. $(6, 0)$ $\rightarrow y = -10(x-6)^4$.
top $(0, 0)$ top $(0, 0)$ top $(6, 0)$

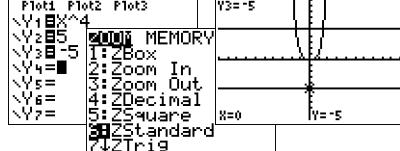
12c $y = 3(x-4)^2 - 8$ transl. $(-5, 2)$ $\rightarrow y = 3(x+1)^2 - 6$ verm. t.o.v. de x-as met -4 $\rightarrow y = -12(x+1)^2 + 24$.
top $(4, -8)$ top $(-1, -6)$ top $(-1, 24)$

12d $y = -1,5(x+3)^3 + 8$ verm. t.o.v. de x-as met -2 $\rightarrow y = 3(x+3)^3 - 16$ transl. $(8, 20)$ $\rightarrow y = 3(x-5)^3 + 4$.
punt van symm. $(-3, 8)$ punt van symm. $(-3, -16)$ punt van symm. $(5, 4)$

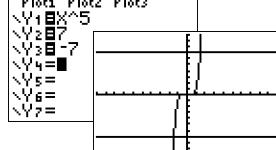
13a Spiegelen in de x -as komt op hetzelfde neer als verm. t.o.v. de x -as met -1 . (de y -coördinaten tegengesteld nemen)

13b $y = 3(x-1)^2 - 6$ verm. t.o.v. de x -as met -1 (spiegel in de x -as) $\rightarrow y = -3(x-1)^2 + 6$.

14a De vergelijking $x^4 = 5$ heeft twee oplossingen.
(de y -as is symmetrisch van de grafiek van $y = x^4$)



De vergelijking $x^4 = -5$ heeft geen oplossingen.
(de grafiek van $y = x^4$ komt niet onder de x -as)



14b De vergelijking $x^5 = 7$ heeft één oplossing.
De vergelijking $x^5 = -7$ heeft één oplossing.

15a $3x^6 - 1 = 5$ $\begin{array}{r} 5+1 \\ \hline 3x^6 \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ Ans/3 \end{array}$
 $3x^6 = 6$ $\begin{array}{r} 6 \times \sqrt[6]{} \\ \hline 1.122462048 \end{array}$
 $x^6 = 2$ \blacksquare
 $x = \sqrt[6]{2} \vee x = -\sqrt[6]{2}$. (niet afronden)

15c $-2x^5 + 8 = 15$ $\begin{array}{r} 15-8 \\ -2x^5 \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ Ans/-2 \end{array}$
 $-2x^5 = 7$ $\begin{array}{r} 7 \\ Ans/-2 \end{array}$
 $x^5 = \frac{7}{-2} = -3\frac{1}{2}$ $\begin{array}{r} 5 \times \sqrt[5]{-3.5} \\ -1.284735157 \end{array}$
 $x = \sqrt[5]{-3\frac{1}{2}}$. (niet afronden)

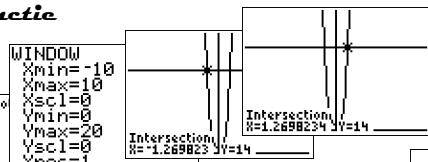
15e $5(2x-1)^6 + 7 = 12$ $\begin{array}{r} 12-7 \\ 5(2x-1)^6 \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \\ Ans/5 \end{array}$
 $(2x-1)^6 = 1$
 $2x-1 = 1 \vee 2x-1 = -1$
 $2x = 2 \vee 2x = 0$
 $x = 1 \vee x = 0$.

15b $\frac{1}{3}x^4 + 7 = 11$ $\begin{array}{r} 11-7 \\ \frac{1}{3}x^4 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ Ans/(1/3) \end{array}$
 $\frac{1}{3}x^4 = 4$ $\begin{array}{r} 4 \times \sqrt[4]{} \\ 1.861209718 \end{array}$
 $x^4 = 12$ \blacksquare
 $x = \sqrt[4]{12} \vee x = -\sqrt[4]{12}$. (niet afronden)

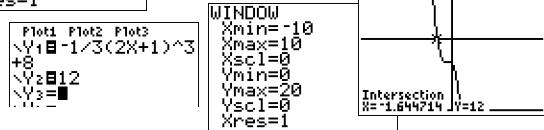
15d $3x^4 - 7 = 11$ $\begin{array}{r} 11+7 \\ 3x^4 \end{array}$ $\begin{array}{r} 18 \\ Ans/3 \end{array}$
 $3x^4 = 18$ $\begin{array}{r} 18 \\ 4 \times \sqrt[4]{} \end{array}$
 $x^4 = 6$ \blacksquare
 $x = \sqrt[4]{6} \vee x = -\sqrt[4]{6}$. (niet afronden)

15f $-\frac{1}{4}(3x-1)^3 + 8 = 10$ $\begin{array}{r} 10-8 \\ -\frac{1}{4}(3x-1)^3 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \\ Ans/(-1/4) \end{array}$
 $(3x-1)^3 = -8$
 $3x-1 = \sqrt[3]{-8} = -2$
 $3x = -1$
 $x = -\frac{1}{3}$. (niet afronden)

16a $5x^4 + 1 = 14$ (intersect) $\Rightarrow x \approx -1,27 \vee x \approx 1,27.$
 $5x^4 + 1 > 14$ (zie een plot) $\Rightarrow x < -1,27 \vee x > 1,27.$



16b $-\frac{1}{3}(2x+1)^3 + 8 = 12$ (intersect) $\Rightarrow x \approx -1,64.$
 $-\frac{1}{3}(2x+1)^3 + 8 \geq 12$ (zie een plot) $\Rightarrow x \leq -1,64.$



17a $\frac{1}{5}x^3 - 7 = 1$ $[1+7] \quad 8$
 $\frac{1}{5}x^3 = 8$ $\text{Ans}/(1/5) \quad 40$
 $x^3 = 40$ $3\sqrt[3]{40} \quad 3.419951893$
 $x = \sqrt[3]{40} \approx 3,42.$

17c $3(\frac{1}{2}x+1)^4 + 5 = 41$ $[41-5] \quad 36$
 $3(\frac{1}{2}x+1)^4 = 36$ $\text{Ans}/3 \quad 12$
 $(\frac{1}{2}x+1)^4 = 12$ $4\sqrt[4]{12} \quad 1.861209718$

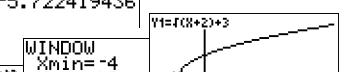
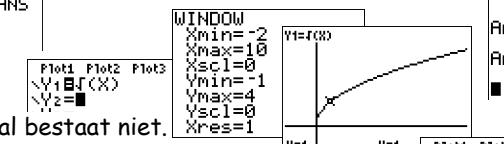
17d $-(x+1)^5 - 1 = 8$
 $-(x+1)^5 = 9$
 $(x+1)^5 = -9$

17b $-3x^6 + 2 = 20$ $[20-2] \quad 18$
 $-3x^6 = 18$ $\text{Ans}/-3 \quad -6$
 $x^6 = -6$ $6\sqrt[6]{-6} \quad \text{ERR:NONREAL ANS}$
 $x = \sqrt[6]{-6}$ (kan niet).

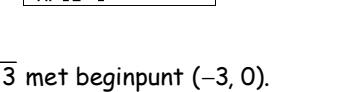
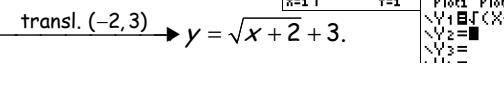
$\frac{1}{2}x+1 = \sqrt[4]{12} \vee \frac{1}{2}x+1 = -\sqrt[4]{12}$
 $\frac{1}{2}x = -1 + \sqrt[4]{12} \vee \frac{1}{2}x = -1 - \sqrt[4]{12}$

$x+1 = \sqrt[5]{-9}$
 $x = -1 + \sqrt[5]{-9} \approx -2,55.$

18a Zie de plot hiernaast.
 De wortel uit een negatief getal bestaat niet.



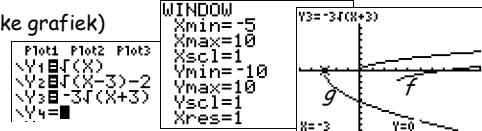
18b Zie de plot hiernaast. $y = \sqrt{x}$ transl. $(-2, 3) \rightarrow y = \sqrt{x+2} + 3.$



19a $y = \sqrt{x}$ transl. $(3, -2) \rightarrow f(x) = \sqrt{x-3} - 2$ met beginpunt $(3, -2).$
 $y = \sqrt{x}$ transl. $(-3, 0) \rightarrow y = \sqrt{x+3}$ ver. t.o.v. de x -as met $-3 \rightarrow g(x) = -3\sqrt{x+3}$ met beginpunt $(-3, 0).$

19b Maak een schets van de plot hiernaast. (vermeld het beginpunt bij elke grafiek)

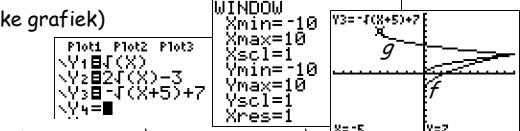
19c $D_f = [3, \rightarrow); B_f = [-2, \rightarrow); D_g = [-3, \rightarrow)$ en $B_g = \langle \leftarrow, 0 \rangle.$



20a $y = \sqrt{x}$ ver. t.o.v. de x -as met $2 \rightarrow y = 2\sqrt{x}$ transl. $(0, -3) \rightarrow f(x) = 2\sqrt{x} - 3$ met beginpunt $(0, -3).$
 $y = \sqrt{x}$ ver. t.o.v. de x -as met $-1 \rightarrow y = -\sqrt{x}$ transl. $(-5, 7) \rightarrow g(x) = -\sqrt{x+5} + 7$ met beginpunt $(-5, 7).$

20b Maak een schets van de plot hiernaast. (vermeld het beginpunt bij elke grafiek)

20c $D_f = [0, \rightarrow); B_f = [-3, \rightarrow); D_g = [-5, \rightarrow)$ en $B_g = \langle \leftarrow, 7 \rangle.$



21a $y = \sqrt{x}$ transl. $(-5, 3) \rightarrow f(x) = \sqrt{x+5} + 3$ met beginpunt $(-5, 3); D_f = [-5, \rightarrow)$ en $B_f = [3, \rightarrow).$

21b $y = \sqrt{x}$ transl. $(-3, -7) \rightarrow g(x) = \sqrt{x+3} - 7$ met beginpunt $(-3, -7); D_g = [-3, \rightarrow)$ en $B_g = [-7, \rightarrow).$

21c $y = \sqrt{x}$ transl. $(-1, 0) \rightarrow y = \sqrt{x+1}$ ver. t.o.v. de x -as met $-2 \rightarrow h(x) = -2\sqrt{x+1}.$
 Het beginpunt van de grafiek van h is $(-1, 0); D_h = [-1, \rightarrow)$ en $B_h = \langle \leftarrow, 0 \rangle.$

21d $y = \sqrt{x}$ ver. t.o.v. de x -as met $3 \rightarrow y = 3\sqrt{x} + 1$ transl. $(0, 1) \rightarrow k(x) = 3\sqrt{x} + 1.$
 Het beginpunt van de grafiek van k is $(0, 1); D_k = [0, \rightarrow)$ en $B_k = [1, \rightarrow).$

21e $y = \sqrt{x}$ transl. $(1, -1) \rightarrow m(x) = \sqrt{x-1} - 1$ met beginpunt $(1, -1); D_m = [1, \rightarrow)$ en $B_m = [-1, \rightarrow).$

21f $y = \sqrt{x}$ transl. $(0, -3) \rightarrow p(x) = \sqrt{x} - 3$ met beginpunt $(0, -3); D_p = [0, \rightarrow)$ en $B_p = [-3, \rightarrow).$

22a Het beginpunt is $(2, 1).$

22b Het beginpunt kan niet worden aangewezen.

Dat komt doordat de trace-cursor met een vaste stapgrootte over de grafiek loopt.

23a $2x+3 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -3 \Rightarrow x \geq -1\frac{1}{2}.$ Dus $D_f = [-1\frac{1}{2}, \rightarrow).$ Het beginpunt is $(-1\frac{1}{2}, -2).$

De grafiek van g is de lijn door $(0, 2)$ en $(2, 1).$

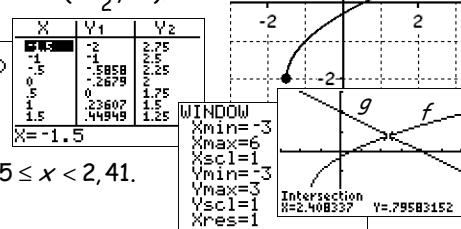
Maak met de GR een tabel en teken de grafieken.

23b $B_f = [-2, \rightarrow).$

23c $f(x) = g(x)$ (intersect) $\Rightarrow x \approx 2,41.$

$f(x) < g(x)$ (zie een plot, het domein en de berekening hierboven) $\Rightarrow -1,5 \leq x < 2,41.$

X	Y ₁	Y ₂
-2	-2.75	2.75
-1	-1	2.25
-0.5	-0.5858	2.25
0	0	2.679
0.5	0.5858	2.25
1	1.25	1.75
1.5	1.9449	1.25



- 24a $8 - 4x \geq 0 \Rightarrow -4x \geq -8 \Rightarrow x \leq 2$. Dus $D_f = \langle -, 2 \rangle$; $B_f = [3, \rightarrow)$ (gebruik eventueel een plot) en het beginpunt is $(2, 3)$.
- 24b $4x - 8 \geq 0 \Rightarrow 4x \geq 8 \Rightarrow x \geq 2$. Dus $D_g = [2, \rightarrow)$; $B_g = [3, \rightarrow)$ en het beginpunt is $(2, 3)$.
- 24c $2x + 6 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -6 \Rightarrow x \geq -3$. Dus $D_h = [-3, \rightarrow)$; $B_h = \langle -, 5 \rangle$ en het beginpunt is $(-3, 5)$.
- 24d $x \geq 0$. Dus $D_k = [0, \rightarrow)$; $B_k = \langle -, 3 \rangle$ en het beginpunt is $(0, 3)$.

$$\begin{array}{rcl} 3+\sqrt{8-4*2} & 3 \\ 3+\sqrt{4*2-8} & 3 \\ 5-\sqrt{2*-3+6} & 5 \\ \boxed{2*\sqrt{0}+3} & 3 \end{array}$$

25a Omdat $\sqrt{x-3}$ niet negatief wordt.

25b $\sqrt{x-3} = 5$ (kwadrateren) $\Rightarrow x-3 = 25 \Rightarrow x = 28$ (voldoet) en $\sqrt{x-3} = 5 \Rightarrow \sqrt{x} = 8$ (kwadrateren) $\Rightarrow x = 64$ (voldoet).

26a $\sqrt{2x-1} = 3$
 $2x-1 = 9$
 $2x = 10$
 $x = 5$ (voldoet).

$$\begin{array}{rcl} 3^2 & 9 \\ \text{Ans}+1 & \\ 10 & \\ \text{Ans}/2 & 5 \\ \boxed{\sqrt{2*5-1}} & 3 \end{array}$$

26b $7 + \sqrt{2x-1} = 3$
 $\sqrt{2x-1} = -4$
 geen opl. (een wortel kan niet negatief zijn).

26c $3\sqrt{x} + 1 = 7$
 $3\sqrt{x} = 6$
 $\sqrt{x} = \frac{6}{3} = 2$
 $x = 4$ (voldoet).

$$\begin{array}{rcl} 7-1 & 6 \\ \text{Ans}/3 & 2 \\ \text{Ans}^2 & 4 \\ \boxed{3\sqrt{4}+1} & 7 \end{array}$$

27a $5 - 3\sqrt{x} = -7$
 $-3\sqrt{x} = -12$
 $\sqrt{x} = 4$
 $x = 16$ (voldoet).

$$\begin{array}{rcl} -7-5 & -12 \\ \text{Ans}/-3 & 4 \\ \text{Ans}^2 & 16 \\ \boxed{5-3\sqrt{16}} & -7 \end{array}$$

27b $2\sqrt{5-2x} = 16$
 $\sqrt{5-2x} = 8$
 $5-2x = 64$
 $-2x = 59$
 $x = -29,5$ (voldoet).

$$\begin{array}{rcl} 16/2 & 8 \\ \text{Ans}^2 & 64 \\ \text{Ans}-5 & 59 \\ \boxed{\text{Ans}/-2} & -29,5 \\ 2\sqrt{5-2*-29,5} & 16 \end{array}$$

28a $q = 20 \Rightarrow K = 15 + \sqrt{2 \cdot 20 + 30} \approx 23,37$ (€).

28b $15 + \sqrt{2q + 30} = 25$
 $\sqrt{2q + 30} = 10$
 $2q + 30 = 100$
 $2q = 70$
 $q = 35$

$$\begin{array}{rcl} 25-15 & 10 \\ \text{Ans}^2 & \\ \text{Ans}-30 & 100 \\ \boxed{\text{Ans}/2} & 70 \\ 15+\sqrt{2*35+30} & 35 \\ & 25 \end{array}$$

29a Zie de plot hiernaast.

29b Als je x steeds groter kiest, komt de waarde van $f(x)$ steeds dichter bij 0.

29c Voor $x < 0$ en heel dicht bij 0 wordt $f(x)$ heel groot negatief.
 Voor $x > 0$ en heel dicht bij 0 wordt $f(x)$ heel groot positief.

29d $\frac{1}{0} = \dots$ zou betekenen $\dots \times 0 = 1$ (hieraan voldoet geen enkel getal).

■

30a $y = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{transl. } (-2, -3)} f(x) = \frac{1}{x+2} - 3$.

30b De verticale asymptoot (V.A.) is $x = -2$ en de horizontale asymptoot (H.A.) is $y = -3$.

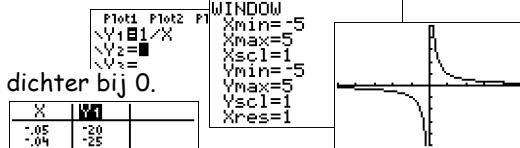
31a V.A.: $x = 5$ en H.A.: $y = 6$.

31c V.A.: $x = 3$ en H.A.: $y = 0$ (de x -as).

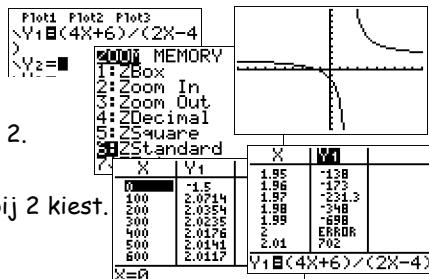
31b V.A.: $x = -1$ en H.A.: $y = -3$.

31d V.A.: $x = 0$ (de y -as) en H.A.: $y = -3$.

32 $y = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{transl. } (3, -2)} f(x) = \frac{1}{x-3} - 2$. (met V.A.: $x = 3$ en H.A.: $y = -2$)

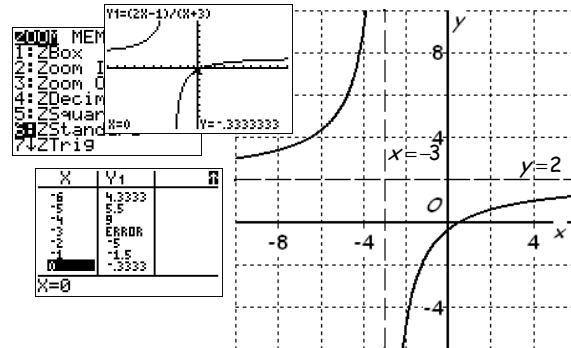


- 33a Zie de plot hiernaast. (denk op de GR aan de haakjes in de teller en de noemer)
- 33b Als je x steeds groter kiest, komt de waarde van $f(x)$ steeds dichter bij 2.
De grafiek van f heeft als horizontale asymptoot de lijn $y = 2$.
- 33c $f(x)$ wordt heel groot positief of juist heel groot negatief als je x dicht bij 2 kiest.
De grafiek van f heeft als verticale asymptoot de lijn $x = 2$.



34a V.A.: $x = -3$ en H.A.: $y = 2$. 34b V.A.: $x = -2,5$ en H.A.: $y = 1$. 34c V.A.: $x = 1,5$ en H.A.: $y = 0$.

35 Noemer = 0 $\Rightarrow x + 3 = 0 \Rightarrow$ V.A.: $x = -3$.
 $f(1000) \approx 1,993$
 $f(10000) \approx 1,999$ $\} \Rightarrow$ H.A.: $y = 2$.
Maak met een tabel op de GR de grafiek hiernaast.



36a $\frac{3}{a} = \frac{2}{5}$ 36b $\frac{5}{x} = \frac{3}{12}$
 $3 \cdot 5 = 2 \cdot a$ $5 \cdot 12 = 3 \cdot x$
 $2a = 15$ $3x = 60$
 $a = 7,5.$ $x = 20.$

37a $\frac{3}{2x-1} = \frac{2}{x+3}$
 $3 \cdot (x+3) = 2 \cdot (2x-1)$
 $3x+9 = 4x-2$
 $-x = -11$
 $x = 11.$

37c $\frac{x-2}{2x+6} = \frac{3}{1}$
 $3 \cdot (2x+6) = x-2$
 $6x+18 = x-2$
 $5x = -20$
 $x = -4.$

37e $\frac{x-1}{x-3} = \frac{2x-1}{2x+5}$
 $(x-3) \cdot (2x-1) = (x-1) \cdot (2x+5)$
 $2x^2 - x - 6x + 3 = 2x^2 + 5x - 2x - 5$
 $-10x = -8$
 $x = 0,8.$

37b $5 + \frac{x}{x+1} = 7$
 $\frac{x}{x+1} = \frac{2}{1}$
 $2 \cdot (x+1) = x$
 $2x+2 = x$
 $x = -2.$

37d $8 + \frac{2x-3}{x-3} = 8$
 $\frac{2x-3}{x-3} = \frac{0}{1}$ (teller = 0)
 $2x-3 = 0$
 $2x = 3$
 $x = 1,5.$

37f $\frac{x+3}{x-1} = \frac{10}{x}$
 $x \cdot (x+3) = 10 \cdot (x-1)$
 $x^2 + 3x = 10x - 10$
 $x^2 - 7x + 10 = 0$
 $(x-2) \cdot (x-5)$
 $x = 2 \vee x = 5.$

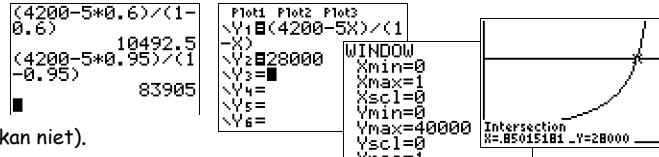
38a $\frac{2x+3}{x+1} = \frac{2x+2}{x-1}$
 $(x+1) \cdot (2x+2) = (x-1) \cdot (2x+3)$
 $2x^2 + 2x + 2x + 2 = 2x^2 + 3x - 2x - 3$
 $3x = -5$
 $x = -\frac{5}{3}.$

38c $\frac{2x+4}{x-1} = \frac{x}{1}$
 $x \cdot (x-1) = 2x + 4$
 $x^2 - x = 2x + 4$
 $x^2 - 3x - 4 = 0$
 $(x+1) \cdot (x-4) = 0$
 $x = -1 \vee x = 4.$

38d $\frac{x-12}{x+2} = \frac{2x}{x+3}$
 $2x \cdot (x+2) = (x+3) \cdot (x-12)$
 $2x^2 + 4x = x^2 - 12x + 3x - 36$
 $x^2 + 13x + 36 = 0$
 $(x+9) \cdot (x+4) = 0$
 $x = -9 \vee x = -4.$

38b $4 + \frac{2x-6}{x+1} = 7$
 $\frac{2x-6}{x+1} = \frac{3}{1}$
 $3 \cdot (x+1) = 2x-6$
 $3x+3 = 2x-6$
 $x = -9.$

39a $p = 0,6 \Rightarrow K = \frac{4200 - 5 \cdot 0,6}{1 - 0,6} = 10492,50$ (€).
39b $p = 0,95 \Rightarrow K = \frac{4200 - 5 \cdot 0,95}{1 - 0,95} = 83905$ (€).



39c $p = 1 \Rightarrow$ de noemer wordt nul (delen door nul kan niet).
39d $K = \frac{4200 - 5p}{1-p} = \frac{28000}{1}$ (algebraïsch of intersect) $\Rightarrow p \approx 0,850.$ Dus (ongeveer) 85% van de markt wordt bereikt.

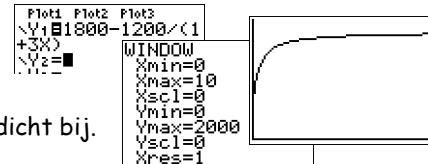
40 $GK = \frac{12q + 12000}{q} = \frac{13,25}{1} \Rightarrow 13,25q = 12q + 12000 \Rightarrow 1,25q = 12000 \Rightarrow q = 9600.$

41a Maak een schets van de plot hiernaast.

41b $N(100) \approx 1796$
 $N(1000) \approx 1799,6$ $\} \Rightarrow$ H.A.: $N = 1800.$

Betekenis: N komt niet boven de 1800 uit, maar komt er wel heel dicht bij.

$1800 - 1200 / (1 + 300)$
 $1796,013289$
 $1800 - 1200 / (1 + 300)$
 0
 $1799,600133$



- 41c $N = 1800 - \frac{1200}{1+3t} = 1760$ (intersect of) $\Rightarrow -\frac{1200}{1+3t} = -40 \Rightarrow \frac{-1200}{-40} = 1 + 3t \Rightarrow 29 = 3t \Rightarrow t = \frac{29}{3} = 9\frac{2}{3}$
1 mei loopt van $t=0$ tot $t=1$ (gegeven) \Rightarrow van $t=9$ tot $t=10$ is 10 mei \Rightarrow op 10 mei.
- 41d 4 mei loopt van $t=3$ tot $t=4$. $N(3) = 1800 - \frac{1200}{10} = 1680$ en $N(4) = 1800 - \frac{1200}{13} \approx 1708$.
Dus er zijn op 4 mei $1708 - 1680 = 28$ insecten bij gekomen.
- 41e $N = 1800 - \frac{1200}{1+3t} = 1745$ (intersect of) $\Rightarrow -\frac{1200}{1+3t} = -55 \Rightarrow \frac{-1200}{-55} = 1 + 3t \Rightarrow 3t = \frac{1200}{55} - 1 \Rightarrow t \approx 7$.
 $N = 1680 \Rightarrow t = 3$ (hierboven berekend). Het duurt dus (ongeveer) $7 - 3 = 4$ dagen.

-1200/-40 30
Ans-1 29
Ans/3 9.666666667

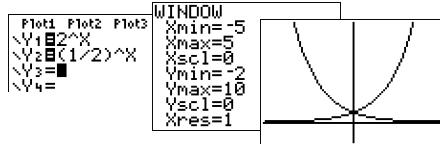
V1(3) 1680
V1(4) 1707.692308

-1200/-55 21.81818182
Ans-1 20.81818182
Ans/3 6.939393939

42a Zie de plot hiernaast. Ze zijn elkaars spiegelbeeld t.o.v. de y -as.

42b De lijn $y=0$ (de x -as) is asymptoot van beide grafieken.

42c $B_f = B_g = \langle 0, \rightarrow \rangle$.



43a $y = 2^x \xrightarrow{\text{transl. } (0, 3)} y = 2^x + 3$.

43c $y = 2^x \xrightarrow{\text{verm. t.o.v. } x\text{-as met } 3} y = 3 \cdot 2^x$.

43b $y = 2^x \xrightarrow{\text{transl. } (5, 0)} y = 2^{x-5}$.

44a $y = 2^x \xrightarrow{\text{transl. } (-3, -4)} f(x) = 2^{x+3} - 4$.

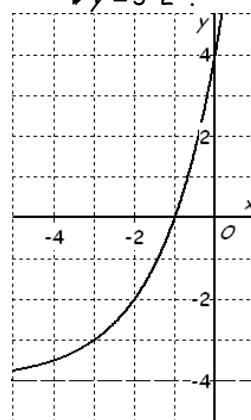
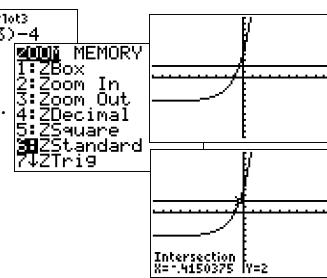
44b Zie de grafiek hiernaast (gebruik TABLE). $B_f = \langle -4, \rightarrow \rangle$.

44c $f(x) = 2^{x+3} - 4 = 2$ (intersect) $\Rightarrow x \approx -0,42$.

$f(x) \leq 2$ (zie plot) $\Rightarrow x \leq -0,42$.

44d $f(3) = 2^6 - 4 = 60$.

$x \leq 3$ (zie grafiek; let op het bereik!!!) $\Rightarrow -4 < f(x) \leq 60$.



45a $y = 3^x \xrightarrow{\text{transl. } (1, 5)} f(x) = 3^{x-1} + 5$ met als H.A.: $y = 5$.

45b $y = 3^x \xrightarrow{\text{verm. t.o.v. de } x\text{-as met } 5} y = 5 \cdot 3^x \xrightarrow{\text{transl. } (-1, 0)} g(x) = 5 \cdot 3^{x+1}$ met als H.A.: $y = 0$ (de x -as).

45c $y = 3^x \xrightarrow{\text{verm. t.o.v. de } x\text{-as met } 4} y = 4 \cdot 3^x \xrightarrow{\text{transl. } (0, -7)} h(x) = 4 \cdot 3^x - 7$ met als H.A.: $y = -7$.

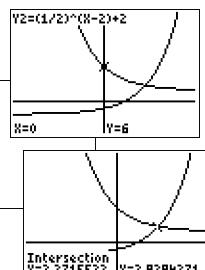
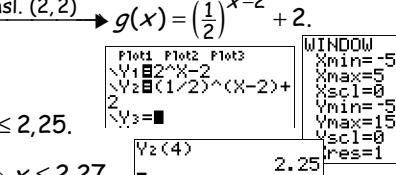
45d $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \xrightarrow{\text{verm. t.o.v. de } x\text{-as met } -2} y = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \xrightarrow{\text{transl. } (0, 3)} k(x) = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$ met als H.A.: $y = 3$.

46a $y = 2^x \xrightarrow{\text{transl. } (0, -2)} f(x) = 2^x - 2$ en $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \xrightarrow{\text{transl. } (2, 2)} g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 2$.

46b $B_f = \langle -2, \rightarrow \rangle$; $B_g = \langle 2, \rightarrow \rangle$.

46c $g(4) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 = 2,25$; $x \geq 4$ (zie plot en bereik) $\Rightarrow 2 < g(x) \leq 2,25$.

46d $f(x) = g(x)$ (intersect) $\Rightarrow x \approx 2,27$; $f(x) \leq g(x)$ (zie plot) $\Rightarrow x \leq 2,27$.



47 $y_1 = x^{-3}$ en $y_6 = \frac{1}{x^3}$ komen op hetzelfde neer, zo ook $y_2 = 3x^{-1}$ en $y_4 = \frac{3}{x}$ als $y_3 = x^{\frac{1}{3}}$ en $y_5 = \sqrt[3]{x}$.

(je kunt dit bijvoorbeeld met behulp van tabellen op de GR nagaan)

48a $x^5 \cdot \sqrt{x} = x^5 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{5+\frac{1}{2}} = x^{\frac{11}{2}}$.

48d $x^3 \cdot x^{2,4} = x^{3+2,4} = x^{5,4}$.

48b $\frac{\sqrt{x}}{x^3} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^3} = x^{\frac{1}{2}-3} = x^{-\frac{5}{2}}$.

48e $\frac{x^4 \cdot \sqrt[5]{x}}{x^2} = \frac{x^4 \cdot x^{\frac{1}{5}}}{x^2} = x^{4+\frac{1}{5}-2} = x^{\frac{14}{5}}$.

48c $\frac{1}{x \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = x^{-\frac{3}{2}}$.

48f $x^5 \cdot x^{-\frac{1}{5}} \cdot x = x^{5-\frac{1}{5}+1} = x^{\frac{24}{5}}$.

49a $y = \frac{5}{x^4} = 5 \cdot \frac{1}{x^4} = 5x^{-4}$.

49d $y = 5x \cdot \sqrt[4]{x} = 5x \cdot x^{\frac{1}{4}} = 5x^{1+\frac{1}{4}} = 5x^{\frac{5}{4}}$.

49b $y = 3x^2 \cdot \sqrt{x} = 3x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} = 3x^{2+\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{5}{2}}$.

49e $y = \frac{3 \cdot \sqrt{x}}{x^2} = 3 \cdot \frac{\sqrt{x}}{x^2} = 3 \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^2} = 3 \cdot x^{\frac{1}{2}-2} = 3x^{-\frac{3}{2}}$.

49c $y = \frac{1}{5x} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{5}x^{-1}$.

49f $y = 8\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} = 8x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{4}} = 8x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}} = 8x^{\frac{5}{4}}$.

49g $y = (3x^2)^3 \cdot x^5 = 27x^6 \cdot x^5 = 27x^{6+5} = 27x^{11}.$

49i $y = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = x^{\frac{7}{12}}.$

49h $y = 28 \cdot (4x)^{-1} \cdot \frac{1}{x} = 28 \cdot 4^{-1} \cdot x^{-1} \cdot x^{-1} = 28 \cdot \frac{1}{4} \cdot x^{-1+(-1)} = 7x^{-2}.$

50a $N = 80 \cdot 2^{2t-4} = 80 \cdot 2^{2t} \cdot 2^{-4} = 80 \cdot (2^2)^t \cdot \frac{1}{16} = 80 \cdot (2^2)^t \cdot \frac{1}{16} = 5 \cdot 4^t.$

50b $N = 2500 \cdot 5^{-t-2} = 2500 \cdot 5^{-t} \cdot 5^{-2} = 2500 \cdot (5^{-1})^t \cdot \frac{1}{5^2} = 2500 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t \cdot \frac{1}{25} = 100 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t.$

50c $N = \frac{100}{2^{2t}} = 100 \cdot \frac{1}{2^{2t}} = 100 \cdot 2^{-2t} = 100 \cdot (2^{-2})^t = 100 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^t.$

51a $32 = 2^5.$

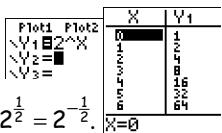
51c $\sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{4}}.$

51e $1 = 2^0.$

51b $\frac{1}{2} = \frac{1}{2^1} = 2^{-1}.$

51d $16 \cdot \sqrt{2} = 2^4 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{9}{2}}.$

51f $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2^1} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{-1} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}}.$



52a $2^{x+1} = 64$
 $2^{x+1} = 2^6$
 $x+1 = 6$
 $x = 5.$

52d $5^{-x+6} = 625$
 $5^{-x+6} = 5^4$
 $-x+6 = 4$
 $-x = -2$
 $x = 2.$

52g $2^x = 1$
 $2^x = 2^0$
 $x = 0.$

52b $2^{x-2} = \frac{1}{8}$
 $2^{x-2} = \frac{1}{2^3}$
 $2^{x-2} = 2^{-3}$
 $x-2 = -3$
 $x = -1.$

52e $3^x - 2 = 25$
 $3^x = 27$
 $3^x = 3^3$
 $x = 3.$

52h $2^{x-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-5}$
 $2^{x-3} = (2^{-1})^{x-5}$
 $2^{x-3} = 2^{-x+5}$
 $x-3 = -x+5$
 $2x = 8$
 $x = 4.$

52c $3^{2x+1} = 27 \cdot \sqrt{3}$
 $3^{2x+1} = 3^3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$
 $3^{2x+1} = 3^{3\frac{1}{2}}$
 $2x+1 = 3\frac{1}{2}$
 $2x = 2\frac{1}{2}$
 $x = 1\frac{1}{4}.$

52f $5 \cdot 2^x + 11 = 91$
 $5 \cdot 2^x = 80$
 $2^x = 16$
 $2^x = 2^4$
 $x = 4.$

52i $2^{x+3} = 8^{x+2}$
 $2^{x+3} = (2^3)^{x+2}$
 $2^{x+3} = 2^{3x+6}$
 $x+3 = 3x+6$
 $-2x = 3$
 $x = -1\frac{1}{2}.$

53a $2^{3x+5} = 16 \cdot \sqrt{2}$
 $2^{3x+5} = 2^4 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$
 $2^{3x+5} = 2^{4\frac{1}{2}}$
 $3x+5 = 4\frac{1}{2}$
 $3x = -\frac{1}{2}$
 $x = -\frac{1}{6}.$

53c $3 \cdot 5^{2x-1} = 0,6$

$5^{2x-1} = 0,2$
 $5^{2x-1} = \frac{1}{5}$
 $5^{2x-1} = 5^{-1}$
 $2x-1 = -1$
 $2x = 0$
 $x = 0.$

53e $3 \cdot 2^{x-1} - 1 = -0,25$

$3 \cdot 2^{x-1} = 0,75$

$2^{x-1} = 0,25$
 $2^{x-1} = 2^{-2}$
 $x-1 = -2$
 $x = -1.$

53b $3^{4x} = \frac{1}{81} \cdot \sqrt[4]{9}$
 $3^{4x} = \frac{1}{3^4} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$
 $3^{4x} = 3^{-4} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$
 $3^{4x} = 3^{-3\frac{1}{2}}$
 $4x = -3\frac{1}{2} = -\frac{7}{2}$
 $x = -\frac{7}{8}.$

53d $9^{3x-3} = 3^{x+4}$

$(3^2)^{3x-3} = 3^{x+4}$
 $3^{6x-6} = 3^{x+4}$
 $6x-6 = x+4$
 $5x = 10$
 $x = 2.$

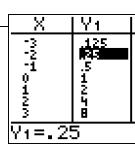
53f $3 \cdot 5^{2x+1} = 75 \cdot \sqrt{5}$

$5^{2x+1} = 25 \cdot \sqrt{5}$

$5^{2x+1} = 5^2 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$
 $5^{2x+1} = 5^{2\frac{1}{2}}$
 $2x+1 = 2\frac{1}{2}$
 $2x = 1\frac{1}{2}$
 $x = \frac{3}{4}.$

54 $f(3) = 2^3 = 8, \quad 16 = 2^4 = f(4), \quad \frac{1}{2} = 2^{-1} = f(-1), \quad \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} = f(\frac{1}{2}).$

55a $f^{-1}(16) = 4, \text{ want } 2^4 = 16.$

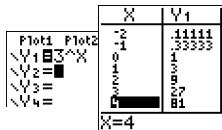


55b $f^{-1}(4) = 2, \text{ want } 2^2 = 4.$

55c $f^{-1}(1) = 0, \text{ want } 2^0 = 1.$

55d $f^{-1}(\frac{1}{2}) = -1, \text{ want } 2^{-1} = \frac{1}{2}.$

56a $g^{\text{inv}}(9) = 2$, want $3^2 = 9$.



56b $g^{\text{inv}}(81) = 4$, want $3^4 = 81$.

56c $g^{\text{inv}}(1) = 0$, want $3^0 = 1$.

57a ${}^2\log(32) = 5$, want $2^5 = 32$.

57c ${}^5\log(25) = 2$, want $5^2 = 25$.

57b ${}^3\log(\frac{1}{3}) = -1$, want $3^{-1} = \frac{1}{3}$.

57d ${}^6\log(\sqrt{6}) = \frac{1}{2}$, want $6^{\frac{1}{2}} = \sqrt{6}$.

${}^g\log(x) = y$ betekent $g^y = x$
dus ${}^g\log(g^y) = y$

58a ${}^5\log(125) = {}^5\log(5^3) = 3$.

58e ${}^2\log(\sqrt{2}) = {}^2\log(2^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2}$.

58i ${}^5\log(5) = {}^5\log(5^1) = 1$.

58b ${}^{10}\log(\frac{1}{10}) = {}^{10}\log(10^{-1}) = -1$.

58f ${}^3\log(27) = {}^3\log(3^3) = 3$.

58j ${}^6\log(1) = {}^6\log(6^0) = 0$.

58c ${}^2\log(4) = {}^2\log(2^2) = 2$.

58g ${}^2\log(\frac{1}{16}) = {}^2\log(\frac{1}{2^4}) = {}^2\log(2^{-4}) = -4$.

58k ${}^7\log(\sqrt{7}) = {}^7\log(7^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2}$.

58d ${}^7\log(49) = {}^7\log(7^2) = 2$.

58h ${}^4\log(\frac{1}{4}) = {}^4\log(4^{-1}) = -1$.

58l ${}^2\log(\frac{1}{4}) = {}^2\log(\frac{1}{2^2}) = {}^2\log(2^{-2}) = -2$.

59a Omdat $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \neq -4$.

59c $1^8 = 1$, maar ook $1^7 = 1$; dan zou ook ${}^1\log(1) = 7$. Dit kan natuurlijk niet.

59b Omdat $1^8 = 1 \neq 8$.

59d $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8} \neq 8$.

60a ${}^2\log(64 \cdot \sqrt{2}) = {}^2\log(2^6 \cdot 2^{\frac{1}{2}}) = {}^2\log(2^{\frac{13}{2}}) = 6\frac{1}{2}$.

60g ${}^2\log(\frac{1}{32} \cdot \sqrt[3]{2}) = {}^2\log(2^{-5} \cdot 2^{\frac{1}{3}}) = {}^2\log(2^{-\frac{14}{3}}) = -4\frac{2}{3}$.

60b ${}^3\log(\frac{1}{9} \cdot \sqrt{3}) = {}^3\log(3^{-2} \cdot 3^{\frac{1}{2}}) = {}^3\log(3^{-\frac{3}{2}}) = -1\frac{1}{2}$.

60h ${}^4\log(1) = {}^4\log(4^0) = 0$.

60c ${}^3\log(3^{2,76}) = 2,76$.

60i ${}^3\log(\sqrt[5]{3^2}) = {}^3\log(3^{\frac{2}{5}}) = \frac{2}{5}$.

60d ${}^5\log(\frac{1}{125}) = {}^5\log(5^{-3}) = -3$.

60j ${}^5\log(5^{-6\frac{1}{2}}) = -6\frac{1}{2}$.

60e $\frac{1}{2}\log(\frac{1}{4}) = \frac{1}{2}\log((\frac{1}{2})^2) = 2$.

60k $\frac{1}{3}\log(\frac{1}{27}) = \frac{1}{3}\log((\frac{1}{3})^3) = 3$.

60f $\sqrt{5}\log(5) = \sqrt{5}\log((\sqrt{5})^2) = 2$.

60l ${}^{10}\log(10\,000) = {}^{10}\log(10^4) = 4$.

61 1) $f(\frac{1}{8}) = {}^2\log(\frac{1}{8}) = {}^2\log(\frac{1}{2^3}) = {}^2\log(2^{-3}) = -3$;

3) $f(\sqrt[5]{4}) = {}^2\log(\sqrt[5]{4}) = {}^2\log(\sqrt[5]{2^2}) = {}^2\log(2^{\frac{2}{5}}) = \frac{2}{5}$;

2) $f(4\sqrt{2}) = {}^2\log(4 \cdot \sqrt{2}) = {}^2\log(2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}) = {}^2\log(2^{\frac{5}{2}}) = 2\frac{1}{2}$;

4) $f(1) = {}^2\log(1) = {}^2\log(2^0) = 0$.

62a ${}^3\log(x+2) = 2$

$x+2 = 3^2$

$x+2 = 9$

$x = 7$.

62c ${}^3\log(2x+1) = 4$

$2x+1 = 3^4$

$2x+1 = 81$

$2x = 80$

$x = 40$.

62e ${}^{\frac{1}{2}}\log(x-1) = 3$

$x-1 = (\frac{1}{2})^3$

$x-1 = \frac{1}{8}$

$x = 1\frac{1}{8}$.

62b $1 + \frac{1}{2}\log(x) = 4$

$\frac{1}{2}\log(x) = 3$

$x = (\frac{1}{2})^3$

$x = \frac{1}{8}$.

62d $5 + {}^4\log(x) = 3$

${}^4\log(x) = -2$

$x = 4^{-2}$

$x = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$.

62f ${}^2\log(x^2 - 4) = 5$

$x^2 - 4 = 2^5$

$x^2 - 4 = 32$

$x^2 = 36$

$x = 6 \vee x = -6$.

63a $4 \cdot {}^3\log(x) = 2$

${}^3\log(x) = \frac{1}{2}$

$x = 3^{\frac{1}{2}}$

$x = \sqrt{3}$.

63c $3 + {}^2\log(x) = -1$

${}^2\log(x) = -4$

$x = 2^{-4}$

$x = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$.

63e ${}^3\log(0,4x-5) = 2$

$0,4x-5 = 3^2$

$0,4x = 14$

$x = 35$ ■

35

63b ${}^3\log(4x-1) = -2$

$4x-1 = 3^{-2}$

$4x-1 = \frac{1}{9}$

$4x = 1\frac{1}{9}$

$x = \frac{5}{18} \cdot \boxed{(\frac{10}{9})^{-4} \text{Frac}}$

63d ${}^5\log(3x+2) = 1$

$3x+2 = 5^1$

$3x = 3$

$x = 1$.

63f $4 + 2 \cdot {}^2\log(x) = 7$

$2 \cdot {}^2\log(x) = 3$

${}^2\log(x) = 1\frac{1}{2}$

$x = 2^{1\frac{1}{2}}$

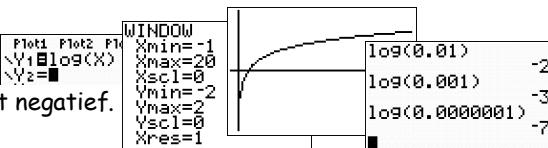
$x = 2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$

$x = 2 \cdot \sqrt{2}$.

64a Zie de plot hiernaast.

64bc $f(0,01) = -2; f(0,001) = -3; f(0,0000001) = -7.$

Als je x steeds dichter bij nul kiest, dan wordt $f(x)$ heel groot negatief.
De y -as is de verticale asymptoot van de grafiek van f .



65a ${}^3\log(5) = \frac{\log(5)}{\log(3)} \approx 1,46.$

65d $\frac{1}{3}\log(10) + \log(1\frac{1}{3}) \approx -1,97.$

65b $\frac{1}{7}\log(18) = \frac{\log(18)}{\log(\frac{1}{7})} \approx -1,49.$

65e $3 \cdot {}^2\log(7\frac{1}{9}) \approx 8,49.$

65c $\frac{14}{2\log(20)-2\log(6)} \approx 8,06.$

65f $\frac{5}{4\log(12)} \approx 2,79.$

66a Neem de tabel op de GR hieronder over.

(rond zelf af op één decimaal)

Plot1 Plot2 Plot3	TABLE SETUP
$\checkmark Y_1 \blacksquare \log(X)/\log(3)$	TBL1 Start=-2
$\checkmark Y_2 \blacksquare \log(X)/\log(1/7)$	ΔTBL=1
$\checkmark Y_3 =$	IndInt: Auto
	Depend: Auto Ask
$X=$	

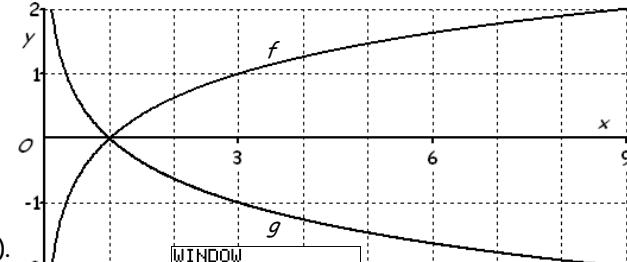
X	Y1	Y2
-1	-2,096	2,0959
-0,5	-0,6309	0,63093
0	0	0
0,5	0,36907	-0,3691
1	1	-1
2	2	-2

66b Maak de grafiek hiernaast met de tabel hierboven.

66c $f(x) = {}^3\log(x) \xrightarrow{\text{verm. t.o.v. de } x\text{-as met } -1} g(x) = \frac{1}{3}\log(x).$ (spiegelen in de x -as)

66d $f(x) = {}^3\log(x) = 1\frac{1}{2}$ (intersect) $\Rightarrow x \approx 5,20.$

$f(x) \leq 1\frac{1}{2}$ (zie een plot en gebruik domein) $\Rightarrow 0 < x \leq 5,20.$



67a $y = {}^2\log(x) \xrightarrow{\text{transl. (0, 3)}} y = {}^2\log(x) + 3.$

67c $y = {}^2\log(x) \xrightarrow{\text{verm. t.o.v. de } x\text{-as met } 3} y = 3 \cdot {}^2\log(x).$

67b $y = {}^2\log(x) \xrightarrow{\text{transl. } (-3, 0)} y = {}^2\log(x+3).$

68a $y = {}^2\log(x) \xrightarrow{\text{transl. } (-4, 3)} f(x) = {}^2\log(x+4) + 3.$

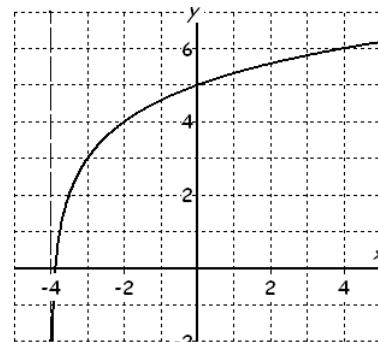
68b Maak de grafiek hiernaast (gebruik TABLE). $D_f = (-4, \rightarrow).$

69a $3x - 12 = 0 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow \text{V.A.: } x = 4.$

69b $8 - 4x = 0 \Rightarrow -4x = -8 \Rightarrow \text{V.A.: } x = 2.$

69c $8x - 10 = 0 \Rightarrow 8x = 10 \Rightarrow \text{V.A.: } x = 1\frac{1}{4}.$

69d $8 - 5x = 0 \Rightarrow -5x = -8 \Rightarrow \text{V.A.: } x = 1\frac{3}{5}.$



70a $f(x) = -1 + {}^3\log(x+2) \Rightarrow \text{V.A.: } x+2 = 0 \Rightarrow x = -2.$

$g(x) = {}^2\log(x-4) \Rightarrow \text{V.A.: } x-4 = 0 \Rightarrow x = 4.$

Teken de grafieken hiernaast (gebruik TABLE).

70b $f(x) = g(x) \Rightarrow -1 + {}^3\log(x+2) = {}^2\log(x-4)$

Intersect geeft het snijpunt $(5, 83; 0,87).$

70c $-1 + {}^3\log(x+2) = 2,5$

${}^2\log(x-4) = 2,5$

(intersect of) ${}^3\log(x+2) = 3,5$

$x-4 = 2^{2,5}$

$x+2 = 3^{3,5}$

$x = 4 + 2^{2,5}$

$x = -2 + 3^{3,5}$

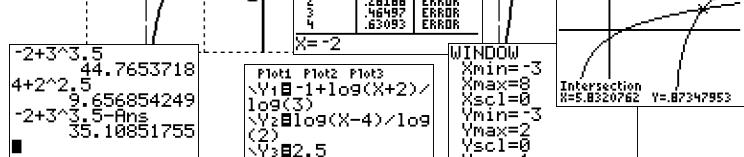
$= -2 + 44,7653718$

$x_A \approx 44,765.$

$= 4 + 9,656854249$

Dus $AB = x_A - x_B \approx 35,11.$

$= 4 + 35,10851755$



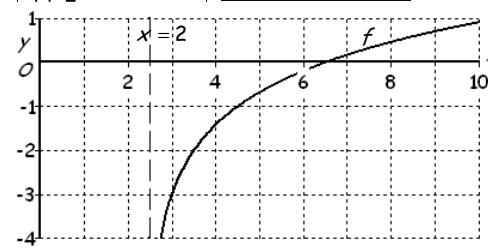
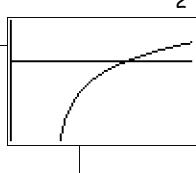
71a $f(x) = -3 + {}^2\log(2x-5) \Rightarrow \text{V.A.: } 2x-5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = 2\frac{1}{2}.$

Teken de grafieken hiernaast (gebruik TABLE).

Plot1 Plot2 Plot3
$\checkmark Y_1 \blacksquare -3+\log(2x-5)$

X	Y1
-2	ERROR
-1	ERROR
0	1,4435
1	-1,3926
2	4,5943
3	9,9689
4	12,4799

WINDOW
Xmin=0
Xmax=10
Xsc1=0
Ymin=-4
Ymax=2
Ysc1=0
Xres=1



71b $x = 10 \frac{1}{2} \Rightarrow f(10 \frac{1}{2}) = -3 + 2 \log(21-5) = -3 + 2 \log(16) = -3 + 2 \log(2^4) = -3 + 4 = 1.$
 $x \leq 10 \frac{1}{2}$ (zie de grafiek en de berekening hierboven) $\Rightarrow f(x) \leq 1.$

$\boxed{Y_1(10.5)}$

4+3	7
2^{x^7}	128
Ans+5	133
Ans/2	

71c $f(x) = 4 \Rightarrow -3 + 2 \log(2x-5) = 4 \Rightarrow 2 \log(2x-5) = 7 \Rightarrow 2x-5 = 2^7 = 128 \Rightarrow 2x = 133 \Rightarrow x = 66 \frac{1}{2}.$

72a $L = 85 \text{ (dB)}$
 $10 \cdot \log(I) + 120 = 85 \text{ (intersect of)}$
 $10 \cdot \log(I) = -35$
 $\log(I) = -3,5$
 $I = 10^{-3,5} \approx 0,0003 \text{ (watt/m}^2\text{).}$

72c $L = 125 \text{ (dB)}$

$10 \cdot \log(I) + 120 = 125 \text{ (intersect of)}$
 $10 \cdot \log(I) = 5$
 $\log(I) = 0,5$
 $I = 10^{0,5} \text{ (watt/m}^2\text{).}$

Dus het geluid van een drilboor is ruim 30 miljoen keer zo hard als het geluid van een normaal gesprek.

72b $I = 10^{-7} \text{ (watt/m}^2\text{)} \Rightarrow L = 10 \cdot \log(10^{-7}) + 120 = 10 \cdot -7 + 120 = 50 \text{ (dB).}$
 $I = 2 \cdot 10^{-7} \text{ (watt/m}^2\text{)} \Rightarrow L = 10 \cdot \log(2 \cdot 10^{-7}) + 120 \approx 53 \text{ (dB).}$
 Het geluidsniveau neemt toe van 50 dB naar 53 dB.
 Dit is geen verdubbeling.

72d $I = 10^{-7} \Rightarrow L = 50 \text{ (dB).}$

$I = 10 \times 10^{-7} = 10^{-6} \Rightarrow$
 $L = 10 \cdot \log(10^{-6}) + 120 = 10 \cdot -6 + 120 = 60 \text{ (dB).}$

Geluidsniveau neemt 10 dB toe.

73a $y_2 = \log(x) + \log(5)$ en $y_3 = \log(5x)$ zijn hetzelfde (zie hiernaast).

73b $y_2 = \log(x) - \log(5)$ en $y_3 = \log(\frac{x}{5})$ zijn hetzelfde (zie hieronder).

Plot1	Plot2	Plot3
$\boxed{Y_1 \log(X-5)}$	$\boxed{Y_2 \log(X)-\log(5)}$	$\boxed{Y_3 \log(5X)}$
$\boxed{Y_4 =}$	$\boxed{Y_5 =}$	$\boxed{Y_6 =}$
$\boxed{Y_7 =}$	$\boxed{Y_8 =}$	$\boxed{Y_9 =}$
$X=0$	$X=0$	$X=0$

Plot1	Plot2	Plot3
$\boxed{Y_1 \log(X^3)}$	$\boxed{Y_2 \log(X)+\log(5)}$	$\boxed{Y_3 \log(5X)}$
$\boxed{Y_4 =}$	$\boxed{Y_5 =}$	$\boxed{Y_6 =}$
$\boxed{Y_7 =}$	$\boxed{Y_8 =}$	$\boxed{Y_9 =}$
$X=0$	$X=0$	$X=0$

Plot1 Plot2 Plot3

$\boxed{Y_1 \log(X+5)}$

$\boxed{Y_2 \log(X)+\log(5)}$

$\boxed{Y_3 \log(5X)}$

$\boxed{Y_4 =}$

$\boxed{Y_5 =}$

$\boxed{Y_6 =}$

$\boxed{Y_7 =}$

Plot1 Plot2 Plot3

$\boxed{Y_1 \log(X+5)}$

$\boxed{Y_2 \log(X)+\log(5)}$

$\boxed{Y_3 \log(5X)}$

$\boxed{Y_4 =}$

$\boxed{Y_5 =}$

$\boxed{Y_6 =}$

$\boxed{Y_7 =}$

73c $y_1 = \log(x^3)$ en $y_2 = 3 \cdot \log(x)$ zijn hetzelfde (zie hierboven).

74a $2 \log(7) + 2 \log(6) = 2 \log(7 \cdot 6) = 2 \log(42).$

74d $3 + 2 \log(5) = 2 \log(2^3) + 2 \log(5) = 2 \log(8 \cdot 5) = 2 \log(40).$

74b $2 \log(15) - 2 \log(3) = 2 \log(\frac{15}{3}) = 2 \log(5).$

74e $-2 \cdot 2 \log(5) + 3 \cdot 2 \log(3) = 2 \log(3^3) - 2 \log(5^2) = 2 \log(\frac{27}{25}).$

74c $2 \cdot 2 \log(3) - 3 \cdot 2 \log(5) = 2 \log(3^2) - 2 \log(5^3) = 2 \log(\frac{9}{125}).$

74f $\dots = 3 \log(50) - 3 \log(5^2) = 3 \log(\frac{50}{25}) = 3 \log(2).$

75a $\dots = 2 \log(a) + 2 \log(b^3) = 2 \log(ab^3).$

75d $\dots = 3 \log(3^2) - 3 \log(a) = 3 \log(\frac{9}{a}).$

75b $\dots = 3 \log(a^5) - 3 \log(b^2) = 3 \log(\frac{a^5}{b^2}).$

75e $\dots = 6 \log(a) - 6 \log(6^1) = 6 \log(\frac{a}{6}).$

75c $\dots = 5 \log(5^2) + 5 \log(a) = 5 \log(25a).$

75f $\dots = 5 \log(b^2) + 5 \log(\sqrt{a}) = 5 \log(b^2 \cdot \sqrt{a}).$

76a $5 \log(x) = 3 \cdot 5 \log(2) - 2 \cdot 5 \log(3)$

76c $2 \log(x) = 9 - 2 \log(3)$

$g \log(\dots)$ en $g \cdots$
heffen elkaar op

$5 \log(x) = 5 \log(2^3) - 5 \log(3^2)$

$2 \log(x) = 2 \log(2^9) - 2 \log(3)$

$5 \log(x) = 5 \log(\frac{8}{9})$

$2 \log(x) = 2 \log(\frac{512}{3})$

$x = \frac{8}{9}.$

$x = \frac{512}{3}.$

512

$\boxed{\text{Ans}/3 \quad 170.6666667}$

76b $5 \log(x) = 3 + 4 \cdot 5 \log(3)$

76d $3 \log(x) = 0,5 \cdot 3 \log(5) + 1$

$5 \log(x) = 5 \log(5^3) + 5 \log(3^4)$

$3 \log(x) = 3 \log(\sqrt{5}) + 3 \log(3)$

$5 \log(x) = 5 \log(125 \cdot 81) \quad \boxed{125*81 \quad 10125}$

$3 \log(x) = 3 \log(3 \cdot \sqrt{5})$

$x = 10125.$

$x = 3 \cdot \sqrt{5}.$

77a $5 \log(x) = 5 \log(6) - 2 \cdot 5 \log(4)$

77c $2 \log(x) = 5 - 3 \cdot 2 \log(6)$

$5 \log(x) = 5 \log(6) - 5 \log(4^2)$

$2 \log(x) = 2 \log(2^5) - 2 \log(6^3) \quad \boxed{2^{^5} \quad 32}$

$5 \log(x) = 5 \log(\frac{6}{16})$

$2 \log(x) = 2 \log(\frac{32}{216})$

$x = \frac{3}{8}.$

$x = \frac{32}{216} = \frac{4}{27}.$

77b $4 \log(x) = \frac{1}{2} - 4 \log(3)$

77d $3 \log(x) = 5 \cdot 3 \log(2) - 3 \cdot 3 \log(4)$

$4 \log(x) = 4 \log(\sqrt{4}) - 4 \log(3)$

$3 \log(x) = 3 \log(2^5) - 3 \log(4^3) \quad \boxed{2^{^5} \quad 32}$

$4 \log(x) = 4 \log(\frac{2}{3})$

$3 \log(x) = 3 \log(\frac{32}{64})$

$x = \frac{2}{3}.$

$x = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}.$

77e ${}^3\log(x+7) - {}^3\log(x-1) = 2$
 ${}^3\log\left(\frac{x+7}{x-1}\right) = {}^3\log(3^2)$
 $\frac{x+7}{x-1} = 9$
 $9x - 9 = x + 7$
 $8x = 16$
 $x = 2.$

g... en $\log(...)$
heffen elkaar op

78a ${}^3\log(y) = p \Rightarrow y = 3^p.$

78b ${}^2\log(y) = t + 5 \Rightarrow y = 2^{t+5}.$

78c $\log(y) = q \Rightarrow y = 10^q.$

79a $\log(y) = 1,3 - 0,6x \Rightarrow y = 10^{1,3 - 0,6x} \Rightarrow y = 10^{1,3} \cdot 10^{-0,6x} = 10^{1,3} \cdot (10^{-0,6})^x \approx 20 \cdot 0,25^x.$

79b $3 \cdot \log(P) = 8 - 4t \Rightarrow \log(P) = \frac{8}{3} - \frac{4}{3}t \Rightarrow P = 10^{\frac{8}{3} - \frac{4}{3}t} = 10^{\frac{8}{3}} \cdot 10^{-\frac{4}{3}t} = 10^{\frac{8}{3}} \cdot (10^{-\frac{4}{3}})^t \approx 460 \cdot 0,046^t.$

79c ${}^2\log(A) = 1,7 - 0,3t \Rightarrow A = 2^{1,7 - 0,3t} = 2^{1,7} \cdot 2^{-0,3t} = 2^{1,7} \cdot (2^{-0,3})^t \approx 3 \cdot 0,81^t.$

80a $N = 280 \cdot 1,7^t \Rightarrow \log(N) = \log(280 \cdot 1,7^t) = \log(280) + \log(1,7^t) \approx 2,45 + t \cdot \log(1,7) \approx 0,23t + 2,45.$

80b $N = 20 \cdot 0,4^{3t-2} \Rightarrow \log(N) = \log(20 \cdot 0,4^{3t-2}) = \log(20) + \log(0,4^{3t-2}) = \log(20) + (3t-2) \cdot \log(0,4) \approx -1,19t + 2,10.$

81a $20 \cdot \log(A) = 5 - 100x \Rightarrow \log(A) = \frac{1}{4} - 5x \Rightarrow A = 10^{\frac{1}{4} - 5x} = 10^{\frac{1}{4}} \cdot 10^{-5x} = 10^{\frac{1}{4}} \cdot (10^{-5})^x \approx 1,8 \cdot 0,00001^x.$

81b $-5 \cdot \log(y) = 20 - 10x^2 \Rightarrow \log(y) = -4 + 2x^2 \Rightarrow y = 10^{-4 + 2x^2} = 10^{2x^2 - 4}.$

81c $0,5 \cdot \log(N) + 3 = 5 - 2x \Rightarrow 0,5 \cdot \log(N) = 2 - 2x \Rightarrow \log(N) = 4 - 4x \Rightarrow N = 10^{4 - 4x} = 10^4 \cdot 10^{-4x} = 10^4 \cdot (10^{-4})^x = 10000 \cdot \left(\frac{1}{10^4}\right)^x.$

82a $\log(W) = \log(2,4) + 0,008 \cdot 130 \Rightarrow W = 10^{\log(2,4) + 0,008 \cdot 130} \approx 26 \text{ (kg).}$

82b $\log(23,5) = \log(2,4) + 0,008 \cdot h \text{ (intersect of)} \Rightarrow h = \frac{\log(23,5) - \log(2,4)}{0,008} \approx 124 \text{ (cm).}$

82c $\log(W) = \log(2,4) + 0,008h \Rightarrow W = 10^{\log(2,4) + 0,008h} = 10^{\log(2,4)} \cdot (10^{0,008})^h = 2,4 \cdot 1,0186^h \text{ (kg).}$

83a De bruine walvis is $\frac{100000}{10} = 10000$ keer zo zwaar als de wasbeer.

De bruine walvis is $\frac{100000000}{0,002} = 50000000$ keer zo zwaar als de kolibrie.

83b De getallenlijn zou $\frac{100000000}{1} = 100000000 \text{ mm} = 100000 \text{ m} = 100 \text{ km}$ lang moeten worden.

83c De getallenlijn zou $\frac{100000}{1000} = 100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$ lang moeten worden.

Bezwaar: de eerste 8 gewichten komen binnen de eerste 0,6 mm (praktisch niet uitvoerbaar).

84a $A: 1,3; B: 7,5; C: 23; D: 55; E: 150 \text{ en } F: 2400.$

84b Op de verticale as staan lijntjes bij: 550; 210; 9,5 en 2,4; geen lijntjes bij: 310; 49; 1,25 en 0.

84c $A: 1300; B: 7500; C: 23000; D: 55000; E: 150000 \text{ en } F: 2400000.$ (1000 keer zo groot als bij 84a)

85a De minimale aanvoer tong is 11000 ($\times 1000 \text{ kg}$ in 1997); de maximale aanvoer is 24000 ($\times 1000 \text{ kg}$ in 1994). $\frac{53000}{9.636363636} = 5500$

85b Schol (in 2001): 53000 ($\times 1000 \text{ kg}$) en kabeljauw: 5500 ($\times 1000 \text{ kg}$) $\Rightarrow \frac{53000}{5500} \approx 9,6$ keer zoveel schol als kabeljauw.

85c Tong van (in 1994): 24000 ($\times 1000 \text{ kg}$) naar (in 2004): 15000 ($\times 1000 \text{ kg}$).

In 2004 nog $\frac{15000}{24000} \times 100\% = 62,5\%$ van de hoeveelheid in 1994 $\Rightarrow 37,5\%$ minder dan in 1994. $\frac{15000}{24000} = 62,5$

85d Makreel van (in 1998): 1000 ($\times 1000 \text{ kg}$) naar (in 1999): 3000 ($\times 1000 \text{ kg}$) \Rightarrow een toename van 2000 ($\times 1000 \text{ kg}$).

Makreel van (in 2001): 5000 ($\times 1000 \text{ kg}$) naar (in 2002): 14000 ($\times 1000 \text{ kg}$) \Rightarrow een toename van 9000 ($\times 1000 \text{ kg}$).

De toename in de periode 2001-2002 was meer.

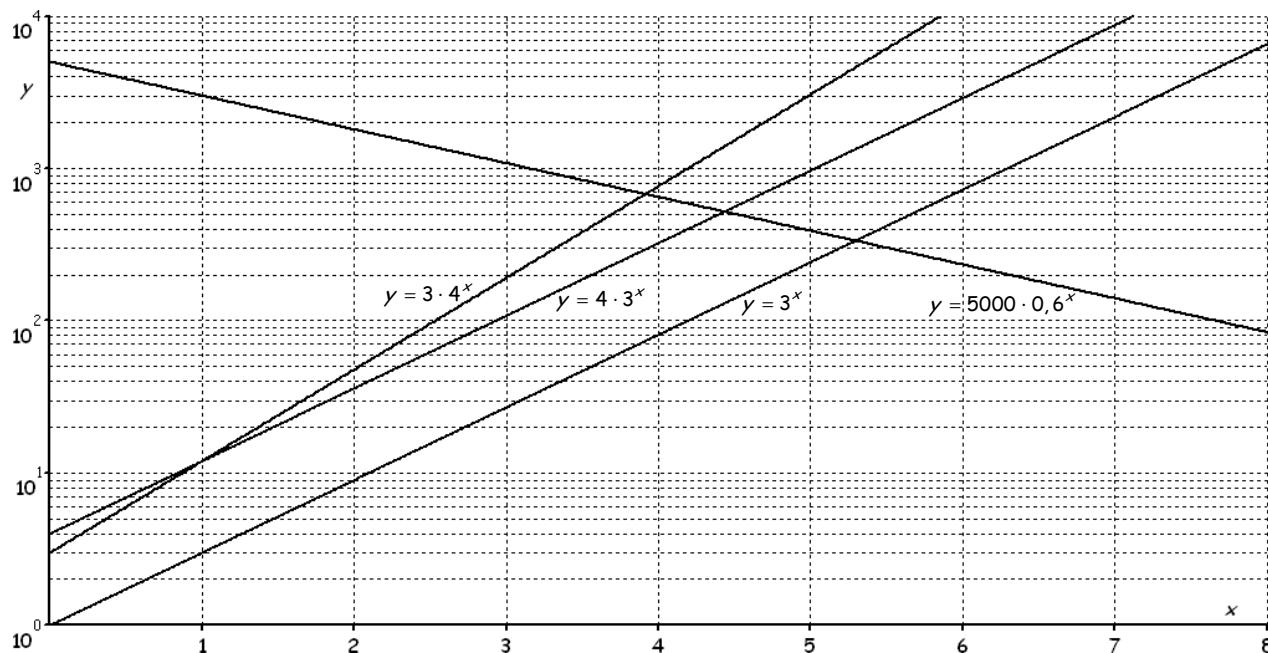
85e De hoogste waarde (makreel) is 74000 ($\times 1000 \text{ kg}$) in 2004 \Rightarrow de grafiek zou 74 cm hoog worden.

86a Zie de tabel hiernaast. (maak zelf eerst een tabel met de GR)

86b Zie de grafiek onder opgave 86. (de grafiek wordt een rechte lijn)
(gebruik het werkboek of vraag logaritmisch papier aan je docent)

86c Zie de tabel hiernaast en de grafiek onder opgave 86.

x	0	2	4	6	8
$y = 3^x$	1	9	81	729	6561
$y = 4 \cdot 3^x$	4	36	243	2916	26244
$y = 3 \cdot 4^x$	3	48	768	12288	196608
$y = 5000 \cdot 0,6^x$	5000	1800	648	233	84



87a Rechte lijn op logaritmisch papier $\Rightarrow N = b \cdot g^t$.

$$\begin{cases} t=1 \text{ en } N=30 \\ t=7 \text{ en } N=400 \end{cases} \Rightarrow g_{\text{6 dagen}} = g^6 = \frac{400}{30} \Rightarrow g_{\text{dag}} = g = \left(\frac{400}{30}\right)^{\frac{1}{6}} \approx 1,540.$$

400/30	13,33333333
Ans^(1/6)	1,539890322
30/Ans	19,48190698

$$\begin{cases} N = b \cdot \text{Ans}^t \\ t=1 \text{ en } N=30 \end{cases} \Rightarrow b \cdot \text{Ans}^1 = 30 \Rightarrow b = \frac{30}{\text{Ans}} \approx 19,5. \quad \text{Dus } N \approx 19,5 \cdot 1,540^t.$$

87b Rechte lijn op logaritmisch papier $\Rightarrow N = b \cdot g^t$.

$$\begin{cases} t=2 \text{ en } N=100 \\ t=8 \text{ en } N=9 \end{cases} \Rightarrow g_{\text{6 dagen}} = g^6 = \frac{9}{100} = 0,09 \Rightarrow g_{\text{dag}} = g = 0,09^{\frac{1}{6}} \approx 0,669.$$

9/100	.09
Ans^(1/6)	.6694329501
100/Ans ²	223,1443167

$$\begin{cases} N = b \cdot \text{Ans}^t \\ t=2 \text{ en } N=100 \end{cases} \Rightarrow b \cdot \text{Ans}^2 = 100 \Rightarrow b = \frac{100}{\text{Ans}^2} \approx 233. \quad \text{Dus } N \approx 233 \cdot 0,669^t.$$

88a De grafieken van B en C zijn rechte lijnen \Rightarrow bij de planten B en C is sprake van exponentiële groei.

88bc Plant B : $L = b \cdot g^t$.

$$\begin{cases} t=0 \text{ en } L=60 \Rightarrow b=60 \\ t=28 \text{ en } L=300 \end{cases} \Rightarrow g_{\text{28 dagen}} = \frac{300}{60} = 5 \Rightarrow g_{\text{week}} = g = 5^{\frac{7}{28}} \approx 1,50. \quad \text{Dus } L \approx 60 \cdot 1,50^t.$$

300/60	5
Ans^(7/28)	1,495348781
60/Ans ²⁸	400/25
100/Ans ⁵⁶	Ans^(7/28)

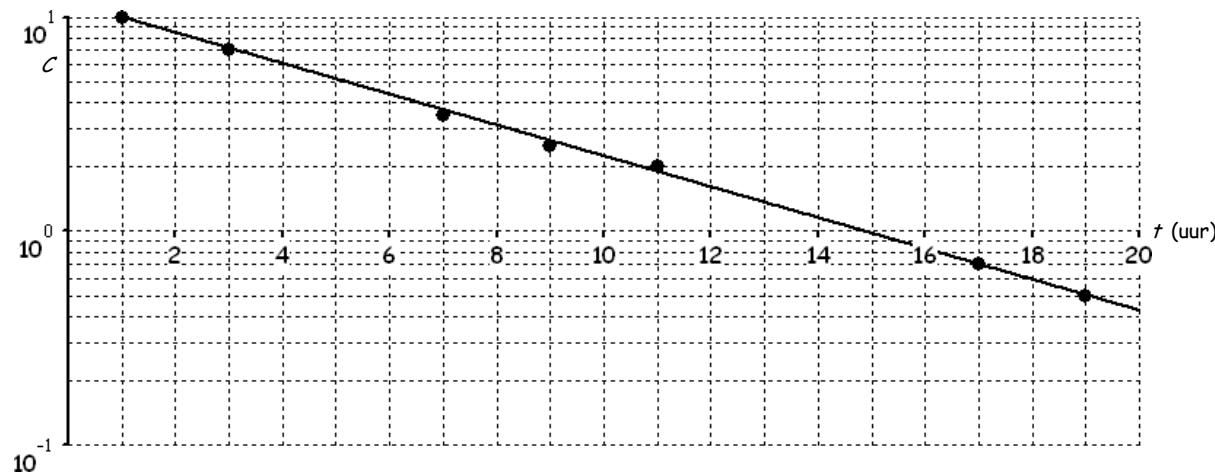
Plant C : $L = b \cdot g^t$.

$$\begin{cases} t=0 \text{ en } L=25 \Rightarrow b=25 \\ t=28 \text{ en } L=400 \end{cases} \Rightarrow g_{\text{28 dagen}} = \frac{400}{25} = 16 \Rightarrow g_{\text{week}} = g = 16^{\frac{7}{28}} = 2. \quad \text{Dus } L = 25 \cdot 2^t.$$

88d Plant E groeit exponentieel \Rightarrow een rechte lijn door $(5, 30)$ en $(25, 400)$. (doe dit zelf in het werkboek)

88e Plant F groeit exponentieel \Rightarrow rechte lijn door $(10, 50)$ evenwijdig met de grafiek van B . (zelf doen in het werkboek)

89a



89b Rechte lijn op enkelvoudig logaritmisch papier \Rightarrow exponentiële functie $C = b \cdot g^t$.

$$\left. \begin{array}{l} t=1 \text{ en } C=10 \\ t=19 \text{ en } C=0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow g_{18 \text{ uur}} = g^{18} = \frac{0,5}{10} = 0,05 \Rightarrow g_{\text{uur}} = g = 0,05^{\frac{1}{18}} \approx 0,847.$$

$$\left. \begin{array}{l} C = b \cdot \text{Ans}^t \\ t=1 \text{ en } C=10 \end{array} \right\} \Rightarrow b \cdot \text{Ans} = 10 \Rightarrow b = \frac{10}{\text{Ans}} \approx 11,81. \quad \text{Dus } C \approx 11,81 \cdot 0,847^t.$$

89c Stel dat de patiënt x liter bloed heeft \Rightarrow concentratie C op $t=0$ is dan $C = \frac{60}{x}$.

Verder geldt volgens de formule: concentratie C op $t=0$ is $C \approx 11,81$.

$$\text{Dus } \frac{60}{x} \approx 11,81 \Rightarrow \text{de patiënt heeft ongeveer } x \approx \frac{60}{11,81} \approx 5,1 \text{ liter bloed.}$$

$\text{Ans}^{(1/18)}$.05
.846682446	
$10/\text{Ans}$	11.8108035
$60/\text{Ans}$	5.080094676

90a De grafiek van plant A is een rechte lijn op enkelvoudig logaritmisch papier \Rightarrow exponentiële functie $N_A = b \cdot g^t$.

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \text{ en } N_A=5000 \Rightarrow b=5000 \\ t=10 \text{ en } N_A=20000 \end{array} \right\} \Rightarrow g_{10 \text{ jaar}} = \frac{20000}{5000} = 4 \Rightarrow g_{\text{jaar}} = g = 4^{\frac{1}{10}} \approx 1,149.$$

$$\text{Dus } N_A \approx 5000 \cdot 1,149^t.$$

De grafiek van plant B is een rechte lijn op enkelvoudig logaritmisch papier \Rightarrow exponentiële functie $N_B = b \cdot g^t$.

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \text{ en } N_B=80000 \Rightarrow b=80000 \\ t=10 \text{ en } N_B=10000 \end{array} \right\} \Rightarrow g_{10 \text{ jaar}} = \frac{10000}{80000} = \frac{1}{8} \Rightarrow g_{\text{jaar}} = g = (\frac{1}{8})^{\frac{1}{10}} \approx 0,812.$$

$$\text{Dus } N_B \approx 80000 \cdot 0,812^t.$$

$$90b \quad N_B = 2 \cdot N_A \Rightarrow 80000 \cdot 0,812^t = 10000 \cdot 1,149^t \text{ (intersect) } \Rightarrow t \approx 6,0.$$

$$90c \quad N_C = 0,3 \cdot N_B = 0,3 \cdot 80000 \cdot 0,812^t = 24000 \cdot 0,812^t.$$

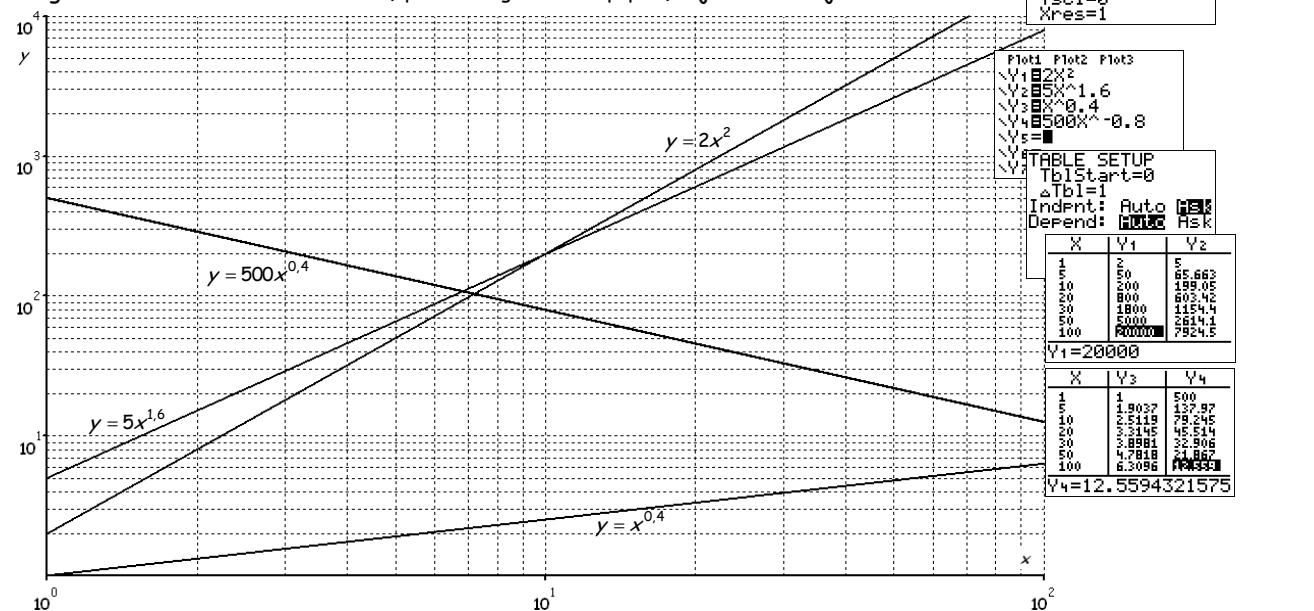
De grafiek van N_C is dus evenwijdig met de grafiek van N_B en gaat door het punt $(0, 24000)$.

$$90d \quad N_A + N_B \text{ (minimum) heeft voor } t \approx 9,15 \text{ het minimale aantal van ongeveer } 29700.$$

Het snijpunt van N_A en N_B ligt bij $t \approx 8 \Rightarrow$ Wesley heeft geen gelijk.

91a Vul de tabel zelf in (gebruik TABLE). 91bc Zie de grafieken onder deze opgave.

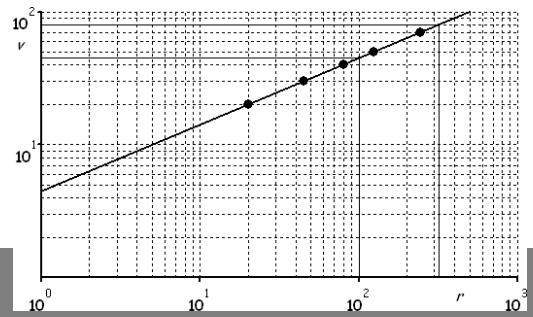
91d De grafieken van machtsfuncties (op dubbelloogaritmisch papier) zijn rechte lijnen.



92ab Zie de grafiek hiernaast.

92b v is een machtsfunctie van $r \Rightarrow v = a \cdot r^p$.

92c $r = 100 \Rightarrow v \approx 44$ en $v = 80 \Rightarrow r = 320$. (zo nauwkeurig niet af te lezen)



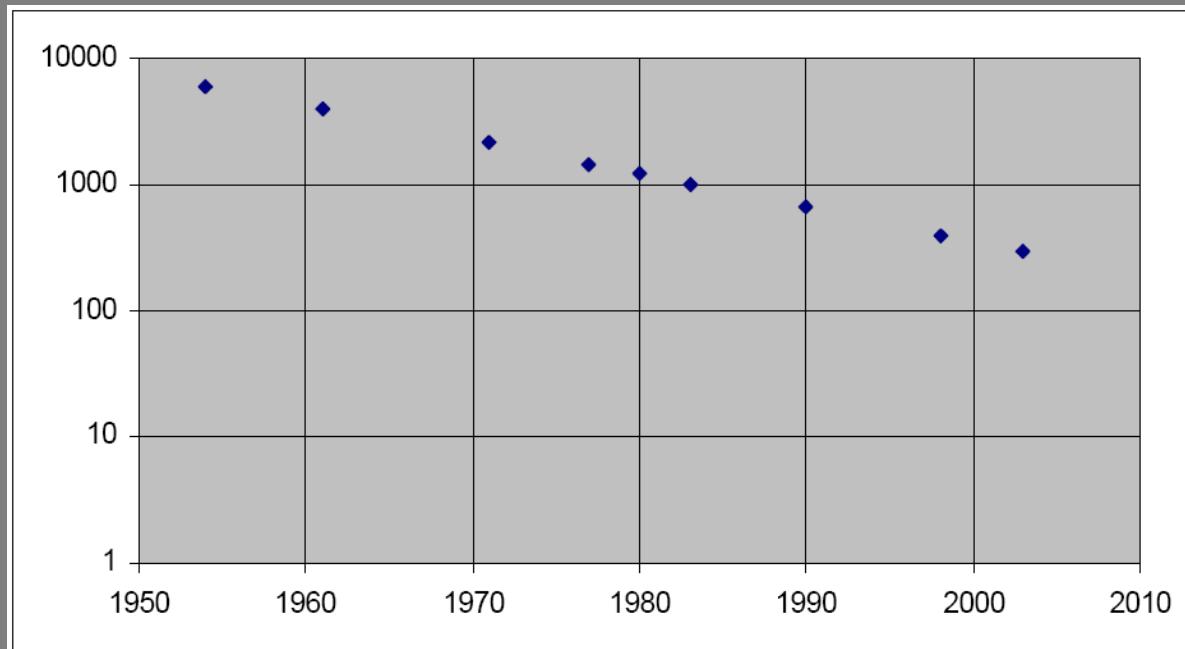
Bij het uitwerken van opgave 93 en 94 lees je op bladzijde 14 en 15 van het WERKBOEK-I hoe je Excel een logaritmische schaalverdeling kunt laten tekenen.

93a Zie de puntengrafiek onder deze opgave.

93b De punten liggen vrijwel op een rechte lijn \Rightarrow exponentiële afname.

$$\text{De groeifactor in 49 jaar is } \frac{290}{6000} \Rightarrow g_{\text{jaar}} = \left(\frac{290}{6000}\right)^{\frac{1}{49}} \approx 0,94. \quad \begin{array}{l} 290/6000 \\ \text{Ans}^{(1/49)} \\ 0.9408433745 \\ 6000*\text{Ans}^{56} \\ 188.1192539 \end{array}$$

93c $N(56) \approx 6000 \cdot 0,94^{56} \approx 188$. Dus ongeveer 190 broedparen.



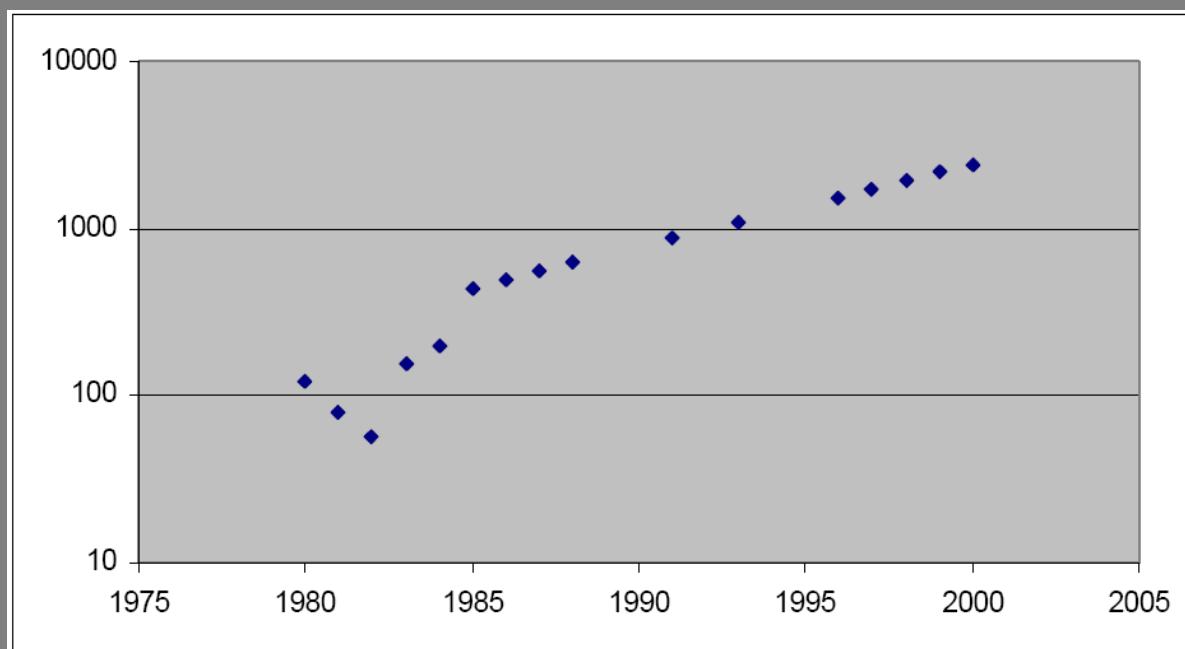
94a Zie de puntengrafiek onder deze opgave.

94b Vanaf 1990 liggen de punten vrijwel op een rechte lijn \Rightarrow exponentiële groei.

94c Neem $t = 5$ voor 1985 \Rightarrow punt $(5, 441)$ en $(20, 2412)$.

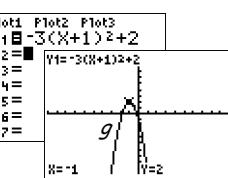
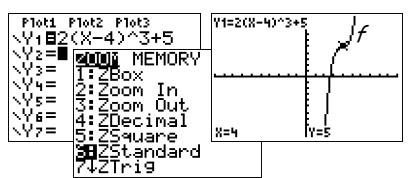
$$\text{De groeifactor in 15 jaar is } \frac{2412}{441} \Rightarrow g_{\text{jaar}} = \left(\frac{2412}{441}\right)^{\frac{1}{15}} \approx 1,12.$$

$$N \approx b \cdot 1,12^t \quad \left. \Rightarrow 441 \approx b \cdot 1,12^5 \Rightarrow b \approx \frac{441}{1,12^5} \approx 250. \text{ Dus } N \approx 250 \cdot 1,12^t. \right. \quad \begin{array}{l} 2412/441 \\ \text{Ans}^{(1/15)} \\ 1.119942986 \\ 441/\text{Ans}^{5} \\ 250.2989445 \end{array}$$



Diagnostische toets

D1 $y = 4(x - 2 + 1)^3 + 1 - 5 = 4(x - 1)^3 - 4.$

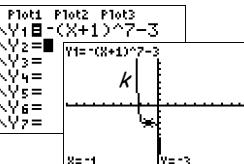
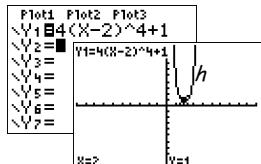


D2a $f(x) = 2(x - 4)^3 + 5 \Rightarrow$ punt van symm. (4, 5).
(maak een schets van de plot)

D2b $g(x) = -3(x + 1)^2 + 2 \Rightarrow$ top (-1, 2).
(maak een schets van de plot)

D2c $h(x) = 4(x - 2)^4 + 1 \Rightarrow$ top (2, 1).
(maak een schets van de plot)

D2d $k(x) = -(x + 1)^7 - 3 \Rightarrow$ punt van symm. (-1, -3).
(maak een schets van de plot)



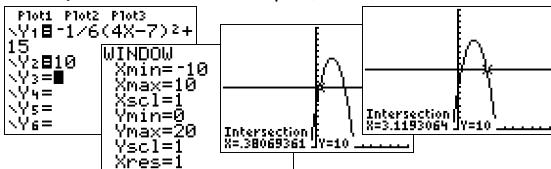
D3 $y = 1,5(x - 2)^4 - 5$ ver. t.o.v. de x -as met 4 $\rightarrow y = 6(x - 2)^4 - 20$ transl. (-3, -16) $\rightarrow y = 6(x + 1)^4 - 36.$
min. $f(-2) = -5$ min. $f(2) = -20$ min. $f(-1) = -36$

D4a $5(3x - 1)^3 + 2 = 32$

$5(3x - 1)^3 = 30$	$\frac{32-2}{3\times 5}$	30
$(3x - 1)^3 = 6$	$\text{Ans}/5$	6
$3x - 1 = \sqrt[3]{6}$	$3\times\sqrt[3]{6}$	
$3x = 1 + \sqrt[3]{6}$	1.817120593	
$x = \frac{1 + \sqrt[3]{6}}{3} \approx 0,94.$	$\text{Ans}+1$	2.817120593
	$\text{Ans}/3$	$.9390401976$

D4b $-\frac{1}{6}(4x - 7)^2 + 15 = 10$ (intersect) $\Rightarrow x \approx 0,38 \vee x \approx 3,12.$

$-\frac{1}{6}(4x - 7)^2 + 15 \geq 10$ (zie een plot) $\Rightarrow 0,38 \leq x \leq 3,12.$



D5a $x \geq 0.$ Dus $D_f = [0, \rightarrow); B_f = [-1, \rightarrow)$ en het beginpunt is (0, -1).

D5b $2x - 5 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 5 \Rightarrow x \geq 2\frac{1}{2}.$ Dus $D_g = [2\frac{1}{2}, \rightarrow); B_g = [6, \rightarrow)$ en het beginpunt is $(2\frac{1}{2}, 6).$

D5c $3 - 2x \geq 0 \Rightarrow -2x \geq -3 \Rightarrow x \leq 1\frac{1}{2}.$ Dus $D_f = \left\langle -\infty, 1\frac{1}{2}\right]; B_f = [4, \rightarrow)$ en het beginpunt is $(1\frac{1}{2}, 4).$

D6a $2\sqrt{2x - 4} = 5$

$\sqrt{2x - 4} = 2,5$	$\frac{5^2}{2}$	2.5
$2x - 4 = 6,25$	Ans^2	6.25
$2x = 10,25$	$\text{Ans}+4$	10.25
$x = 5,125$ (voldoet).	$\text{Ans}/2$	5.125
	$2\sqrt{2 \cdot 5.125 - 4}$	5

D6b $5 = 8 - 2\sqrt{x}$

$2\sqrt{x} = 3$

$\sqrt{x} = 1,5$	$\frac{8-5}{2}$	3
$x = 2,25$ (voldoet).	Ans^2	$1,5$
	$8-2\sqrt{2,25}$	$2,25$

D6c $3 - 2\sqrt{x} = \sqrt{x} - 12$

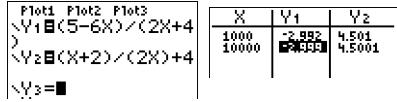
$-\frac{12-3}{2}$	$\frac{-12-3}{2}$	-15
Ans^2	5	5
Ans^2	25	25
$3 - 2\sqrt{25}$	$\sqrt{25} - 12$	-7
	$\sqrt{25} - 12$	-7

D7a $y = \frac{1}{x}$ transl. (-2, -3) $\rightarrow f(x) = \frac{1}{x+2} - 3 \Rightarrow$ V.A.: (noemer = 0 \Rightarrow) $x = -2$ en H.A.: $y = -3.$

D7b $g(x) = \frac{5-6x}{2x+4}$ heeft V.A.: (noemer = 0 \Rightarrow) $x = -2.$

$g(1000) \approx -2,992$

$g(10000) \approx -2,999$



D7c $h(x) = \frac{x+2}{2x} + 4$ heeft V.A.: (noemer = 0 \Rightarrow) $x = 0.$

$h(1000) \approx 4,501$

$h(10000) \approx 4,5001$

D8a $3 - \frac{2x}{x+1} = 5$

$\frac{-2x}{x+1} = 2$	$\frac{5}{2}$	2.5
$2 \cdot (x + 1) = -2x$	$\text{Ans}+4$	10.25
$2x + 2 = -2x$	$\text{Ans}/2$	5.125
$4x = -2$	$2\sqrt{2 \cdot 5.125 - 4}$	5
$x = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$		

D8b $\frac{x+13}{2x+2} = \frac{x+10}{x}$

$(2x + 2) \cdot (x + 10) = x \cdot (x + 13)$

$2x^2 + 20x + 2x + 20 = x^2 + 13x$

$x^2 + 9x + 20 = 0$

$(x + 5) \cdot (x + 4) = 0$

$x = -5 \vee x = -4.$

D8c $6 + \frac{3x}{x-1} = 15$

$\frac{3x}{x-1} = 9$

$9 \cdot (x - 1) = 3x$

$9x - 9 = 3x$

$6x = 9$

$x = \frac{9}{6} = 1\frac{1}{2}.$

D9a $y = 3^x$ transl. (2, 1) $\rightarrow f(x) = 3^{x-2} + 1$ met H.A.: $y = 1.$

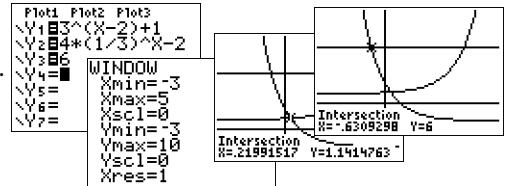
$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ver. t.o.v. de x -as met 4 $\rightarrow y(x) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$ transl. (0, -2) $\rightarrow g(x) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$ met H.A.: $y = -2.$

D9b $B_f = \langle 1, \rightarrow)$ en $B_g = \langle -2, \rightarrow).$

D9c $f(x) = g(x)$ (intersect) $\Rightarrow x \approx 0,22;$ $f(x) \geq g(x)$ (zie plot) $\Rightarrow x \geq 0,22.$

D9d $g(x) = 6$ (intersect) $\Rightarrow x \approx -0,63;$ $g(x) \leq 6$ (zie plot) $\Rightarrow x \geq -0,63.$

D9e $f(5) = 3^3 + 1 = 27 + 1 = 28;$ $x \leq 5$ (zie plot en bereik) $\Rightarrow 1 < f(x) \leq 28.$



D10a $y = \frac{6}{x^3} = 6 \cdot \frac{1}{x^3} = 6 \cdot x^{-3}.$

D10c $y = (3x^2)^3 \cdot \frac{2}{9x} = 27x^6 \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{x} = 27x^6 \cdot \frac{2}{9} \cdot x^{-1} = 6 \cdot x^{6+(-1)} = 6x^5.$

D10b $y = 5x^2 \cdot \sqrt[3]{x} = 5x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} = 5 \cdot x^{2+\frac{1}{3}} = 5x^{2\frac{1}{3}}.$

D11a $5^{x-1} = 125 \cdot \sqrt[3]{5}$

$$5^{x-1} = 5^3 \cdot 5^{\frac{1}{3}}$$

$$5^{x-1} = 5^{\frac{10}{3}}$$

$$x-1 = 3\frac{1}{3}$$

$$x = 4\frac{1}{3}.$$

D11b $2 \cdot 4^{2x-1} - 3 = 61$

$$2 \cdot (2^2)^{2x-1} = 64$$

$$2^{4x-2} = 32$$

$$2^{4x-2} = 2^5$$

$$4x-2 = 5$$

$$4x = 7$$

$$x = \frac{7}{4}.$$

D11c $2^{3x+1} + 6 = 6\frac{1}{8}$

$$2^{3x+1} = \frac{1}{8}$$

$$2^{3x+1} = \frac{1}{2^3}$$

$$2^{3x+1} = 2^{-3}$$

$$3x+1 = -3$$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}.$$

D12a ${}^3\log(3 \cdot \sqrt{3}) = {}^3\log(3^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}}) = {}^3\log(3^{\frac{3}{2}}) = 1\frac{1}{2} \cdot \frac{\log(3+\sqrt{3})/\log(3)}{1.5}$

D12b $\frac{1}{3}\log((\frac{1}{3})^{0.6}) = 0.6 \cdot \frac{\log((1/3)^{0.6})/1}{0.6} = \frac{1}{3}\log(1/3)^{0.6} = -0.5$

D12c ${}^2\log(\frac{1}{4} \cdot \sqrt{8}) = {}^2\log(2^{-2} \cdot \sqrt{2^3}) = {}^2\log(2^{-2} \cdot 2^{\frac{3}{2}}) = {}^2\log(2^{-\frac{1}{2}}) = -\frac{1}{2}$

D13a $3 + {}^3\log(x) = 7$

$${}^3\log(x) = 4$$

$$x = 3^4$$

$$x = 81.$$

D13b $\frac{1}{2}\log(x-3) = -4$

$$x-3 = (\frac{1}{2})^{-4}$$

$$x-3 = (2^{-1})^{-4} = 2^4$$

$$x = 19.$$

D13c $5 + 3 \cdot {}^2\log(x) = 20$

$$3 \cdot {}^2\log(x) = 15$$

$${}^2\log(x) = 5$$

$$x = 2^5 = 32.$$

D14a $V.A.: 2x+5=0 \Rightarrow 2x=-5 \Rightarrow x=-2\frac{1}{2}.$

Zie de grafiek hiernaast (gebruik TABLE).

D14b ${}^2\log(2x+5) = -2$ (intersect mag niet)

$${}^2\log(2x+5) = -5$$

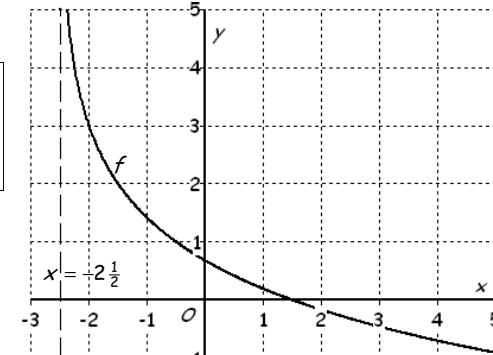
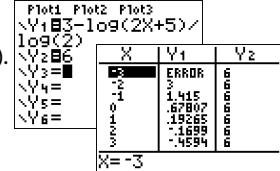
$$2\log(2x+5) = 5$$

$$2x+5 = 2^5 = 32$$

$$2x = 27 \Rightarrow x = 13\frac{1}{2}.$$

D14c $x = 6 \Rightarrow f(6) = 3 - {}^2\log(2 \cdot 6 + 5) \approx -1,087.$

$x \leq 6$ (zie grafiek) $\Rightarrow f(x) \geq -1,087.$



D15a $5 \cdot {}^3\log(4) - \frac{1}{2} \cdot {}^3\log(16) = {}^3\log(4^5) - {}^3\log(16^{\frac{1}{2}}) = {}^3\log(1024) - {}^3\log(\sqrt{16}) = {}^3\log(1024) - {}^3\log(4) = {}^3\log(\frac{1024}{4}) = {}^3\log(256).$

D15b $\frac{1}{2}\log(2x+5) - \frac{1}{2}\log(x+1) = -3$

$$\frac{1}{2}\log(\frac{2x+5}{x+1}) = -3$$

$$\frac{2x+5}{x+1} = (\frac{1}{2})^{-3} = (2^{-1})^{-3} = 2^3 = \frac{8}{1}$$

$$8(x+1) = 2x+5$$

$$8x+8 = 2x+5$$

$$6x = -3$$

$$x = -\frac{1}{2}.$$

D15c $\log(x+145) = 1 + \log(x+10)$

$$\log(x+145) = \log(10^1) + \log(x+10)$$

$$\log(x+145) = \log(10 \cdot (x+10))$$

$$x+145 = 10 \cdot (x+10)$$

$$x+145 = 10x+100$$

$$-9x = -45$$

$$x = 5.$$

D15d $5 \cdot \log(N) = 10 - 4P \Rightarrow \log(N) = 2 - \frac{4}{5}P \Rightarrow N = 10^{2-\frac{4}{5}P} = 10^2 \cdot 10^{-\frac{4}{5}P} = 100 \cdot (10^{-\frac{4}{5}})^P \approx 100 \cdot 0,158^P.$

D15e $F = 560 \cdot 1,175^t \Rightarrow \log(F) = \log(560 \cdot 1,175^t) = \log(560) + \log(1,175^t) = \log(560) + t \cdot \log(1,175) \approx 0,07t + 2,75.$

D16a Doe dit nu een keer zelf zonder voorbeeld.

D16b De grafiek is een rechte lijn op enkelvoudig logaritmisch papier \Rightarrow exponentiële functie $N = b \cdot g^t$.

$$t = 0 \text{ en } N = 15000 \Rightarrow b = 15000 \\ t = 17 \text{ en } N = 3600 \Rightarrow g_{17 \text{ jaar}} = \frac{3600}{15000} = 0,24 \Rightarrow g_{\text{jaar}} = g = 0,24^{\frac{1}{17}} \approx 0,92 \Rightarrow N \approx 15000 \cdot 0,92^t.$$

Gemengde opgaven 10. Allerlei functies

G10a $\square 5x^6 - 1 = 9$

$$5x^6 = 10$$

$$x^6 = 2$$

$$x = \sqrt[6]{2} \vee x = -\sqrt[6]{2}$$

G10b $\square 3 \cdot \sqrt{2 - 3x} = 21$

$$\sqrt{2 - 3x} = 7 \text{ (kwadrateren)}$$

$$2 - 3x = 49$$

$$-3x = 47$$

$$x = \frac{47}{-3} = -15\frac{2}{3} \text{ (voldoet).}$$

$47/-3 \rightarrow x$	-15,66666667
$3*\sqrt{2-3x}$	21

G10c $\square \frac{x+2}{x-1} = \frac{x}{x+5}$

$$(x+2)(x+5) = x(x-1)$$

$$x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 - x$$

$$7x + 10 = -x$$

$$8x = -10$$

$$x = \frac{-10}{8} = -1\frac{1}{4}.$$

G10d $\square 2x^3 + 15 = 69$

$$2x^3 = 54$$

$$x^3 = 27 = 3^3$$

$$x = 3.$$

G10e $\square \frac{2x-1}{x+2} = \frac{x+4}{x-2}$

$$(2x-1)(x-2) = (x+2)(x+4)$$

$$2x^2 - 4x - x + 2 = x^2 + 4x + 2x + 8$$

$$x^2 - 11x - 6 = 0$$

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -6 = 121 + 24 = 145$$

$$x = \frac{11 + \sqrt{145}}{2} \vee x = \frac{11 - \sqrt{145}}{2}.$$

G11a \square Zie de grafieken hiernaast. (gebruik TABLE)

Plot1 Plot2 Plot3	$\checkmark Y_1: -3+\sqrt{6-2x}$	$\checkmark Y_2: 0.5x+2$
$\checkmark Y_3: \blacksquare$	0	1.5
X = -2	-1.5	-0.5

G11b $\square 6 - 2x \geq 0 \Rightarrow -2x \geq -6 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow D_f = \langle -\infty, 3 \rangle.$

Het beginpunt van de grafiek $(3, -3)$ is het laagste punt $\Rightarrow B_f = [-3, \infty).$

G11c $\square f(x) = g(x) \text{ (intersect)} \Rightarrow x \approx -3.0.$

$$f(x) < g(x) \text{ (zie grafiek en gebruik domein)} \Rightarrow -3.0 < x \leq 3.$$

G11d $\square f(x) = 12$

$$-3 + \sqrt{6 - 2x} = 12$$

$$\sqrt{6 - 2x} = 15 \text{ (kwadrateren)}$$

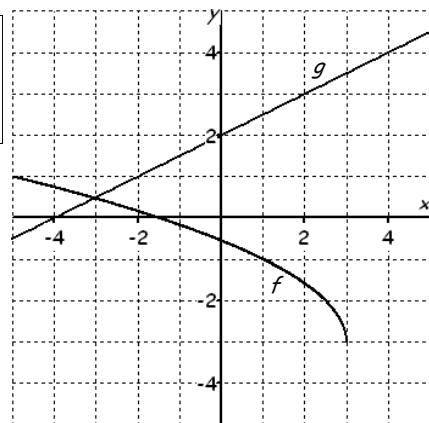
$$6 - 2x = 225$$

$$-2x = 219$$

$$x = \frac{219}{-2} = -109\frac{1}{2} \text{ (voldoet).}$$

$\checkmark Y_1: -3+\sqrt{6-2x}$	15 ²	225
$\checkmark Y_2: 0.5x+2$	$219/\sqrt{-2 \rightarrow x}$	-109.5
$\checkmark Y_3: \blacksquare$	$-3+\sqrt{6-2x}$	12

2001 MEMORY	
1:Box	
2:Zoom In	
3:Zoom Out	
4:Decimal	
5:Square	
6:Standard	
7:Trig	



G12a \square Zie de grafieken hiernaast ($x \neq -1 \Rightarrow V.A.: x = -1$). (gebruik TABLE)

G12b $\square h(x) = k(x)$

$$\frac{2x-6}{x+1} = -\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$$

$$2x - 6 = (x+1)(-\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2})$$

$$2x - 6 = -\frac{1}{2}x^2 + 1\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}x^2 + x - 7\frac{1}{2} = 0 \text{ (keer 2)}$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x+5)(x-3) = 0$$

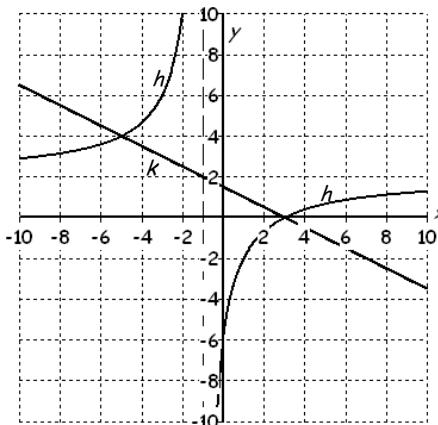
$$x = -5 \vee x = 3.$$

Snijpunten $(-5, 4)$ en $(3, 0)$.

$\checkmark Y_1: -1/2*x^2 + 3/2$	4
$\checkmark Y_2: -1/2*x + 3/2$	0

G12c $\square h(x) \leq k(x)$ (zie G12b, grafiek en domein) $\Rightarrow x \leq -5 \vee -1 < x \leq 3.$

2001 MEMORY	
1:Box	
2:Zoom In	
3:Zoom Out	
4:Decimal	
5:Square	
6:Standard	
7:Trig	



G13a $f(x) = 0,25(x+2)^2 - 4 \xrightarrow{\text{translatie } (0, q)} g(x) = 0,25(x+2)^2 - 4 + q.$
 $g(0) = 0 \Rightarrow 0,25(0+2)^2 - 4 + q = 0 \Rightarrow q = -0,25 \cdot 2^2 + 4 = -1 + 4 = 3.$

G13b $f(x) = 0,25(x+2)^2 - 4 \xrightarrow{\text{translatie } (p, 0)} h(x) = 0,25((x-p)+2)^2 - 4.$
 $h(0) = 0 \Rightarrow 0,25((0-p)+2)^2 - 4 = 0 \Rightarrow 0,25(-p+2)^2 - 4 = 0 \Rightarrow (-p+2)^2 = 16 \Rightarrow -p+2 = -4 \vee -p+2 = 4 \Rightarrow -p = -2-4 = -6 \vee -p = -2+4 = 2 \Rightarrow p = 6 \vee p = -2.$

G13c $f(x) = 0,25(x+2)^2 - 4 \xrightarrow[\text{de } x\text{-as met factor } a]{\text{vermenigvuldiging t.o.v.}} k(x) = a \cdot (0,25(x+2)^2 - 4).$

De grafiek van $k(x) = a \cdot (0,25(x+2)^2 - 4) = 0,25a(x+2)^2 - 4a$ is een parabool met top $(-2, -4a)$.

Nu moet gelden $-4a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$. (6 moet een maximum zijn $\Rightarrow 0,25a < 0 \Rightarrow a < 0$)

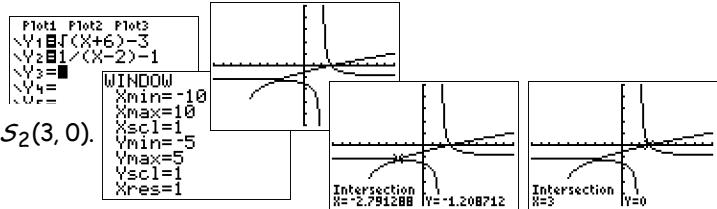
G13d De grafiek van $f(x) = 0,25(x+2)^2 - 4$ is een parabool met top $(-2, -4)$.

$f(0) = 0,25(0+2)^2 - 4 = 0,25 \cdot 2^2 - 4 = 1 - 4 = -3 \Rightarrow$ snijpunt met de y -as in $(0, -3)$.

$$\left. \begin{array}{l} m(-2) = f(-2) \Rightarrow a \cdot (-2)^4 + b = -4 \Rightarrow 16a + b = -4 \\ m(0) = f(0) \Rightarrow a \cdot 0^4 + b = -3 \Rightarrow b = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow 16a - 3 = -4 \Rightarrow 16a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{16}.$$

G14a Maak een schets van de plot hiernaast.

(beginvoorraarde bij f : $x+6 \geq 0 \Rightarrow x \geq -6$
en beginvoorraarde bij g : $x \neq 2 \Rightarrow V.A.: x = 2$)



G14b $f(x) = g(x)$ (intersect) $\Rightarrow S_1(-2,791; -1,209)$ en $S_2(3, 0)$.

G14c $f(x) \leq g(x) \Rightarrow -6 \leq x \leq -2,791$ en $2 < x \leq 3$.
(zie G14b, een plot en de beginvoorraarden)

G14d $f(x) = 1 \Rightarrow \sqrt{x+6} - 3 = 1 \Rightarrow \sqrt{x+6} = 4$ (kwadrateren) $\Rightarrow x+6 = 16 \Rightarrow x = 10$ (voldoet).

G14e $g(x) = 5 \Rightarrow \frac{1}{x-2} - 1 = 5 \Rightarrow \frac{1}{x-2} = 6 \Rightarrow 6(x-2) = 1 \Rightarrow x-2 = \frac{1}{6} \Rightarrow x = 2\frac{1}{6}.$

G15a $30 - 3^{3x+1} = 3$

$-3^{3x+1} = -27$

$3^{3x+1} = 27 = 3^3$

$3x+1 = 3$

$3x = 2$

$x = \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}.$

G15b $5 \cdot 3^{2x} = 15 \cdot \sqrt[4]{3}$

$3^{2x} = 3 \cdot \sqrt[4]{3} = 3^1 \cdot 3^{\frac{1}{4}} = 3^{1\frac{1}{4}}$

$2x = 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

$x = \frac{5}{8}.$

G15c $4 \cdot 3^{\log(3x-5)} = 20$

$g \cdots$ en $g \log(\dots)$
heffen elkaar op

$3^{\log(3x-5)} = 5$

$3x-5 = 5^3 = 125$

$3x = 128$

$x = \frac{128}{3} = 82\frac{2}{3}.$

G15d $6 - 0,5 \log(3x) = 8$

$-0,5 \log(3x) = 2$

$0,5 \log(3x) = -2$

$3x = 0,5^{-2} = (\frac{1}{2})^{-2} = (2^{-1})^{-2} = 2^2 = 4$

$x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$

G15e $2^{x^2-2} = 32 = 2^5$

$x^2 - 2 = 5$

$x^2 = 7$

$x = \sqrt{7} \vee x = -\sqrt{7}.$

G15f $2 + 3 \cdot \frac{1}{2} \log(6x+1) = -4$

$3 \cdot \frac{1}{2} \log(6x+1) = -6$

$\frac{1}{2} \log(6x+1) = -2$

$6x+1 = (\frac{1}{2})^{-2} = 4$

$6x = 3$

$x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$

G15g $2 \cdot 3^{x-1} + 5 = 59$

$2 \cdot 3^{x-1} = 54$

$3^{x-1} = 27 = 3^3$

$x-1 = 3$

$x = 4.$

G15h $4^{3x+1} = \frac{1}{8} \sqrt{2}$

$(2^2)^{3x+1} = 2^{-3} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{-2\frac{1}{2}}$

$2^{6x+2} = 2^{-2\frac{1}{2}}$

$6x+2 = -2\frac{1}{2}$

$6x = -4\frac{1}{2} = -\frac{9}{2}$

$x = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}.$

G15i $3^{\log(4-x)} = -2$

$4-x = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

$-x = -3\frac{8}{9}$

$x = 3\frac{8}{9}.$

G16a $y = 2^x \xrightarrow[\text{de } x\text{-as met factor 3}]{\text{vermenigvuldiging t.o.v.}} y = 3 \cdot 2^x \xrightarrow{\text{translatie } (0, -6)} f(x) = 3 \cdot 2^x - 6.$

$y = 2^x \xrightarrow{\text{translatie } (3, 1)} g(x) = 2^{x-3} + 1.$

X	Y ₁	Y ₂
-3	-5,625	1,0156
-2	-5,25	1,0313
-1	-4,5	1,1053
0	-3	1,125
1	-2,5	1,15
2	-2	1,175
3	-1,5	1,205
4	-1,25	1,235
5	-1,0625	1,265
6	-0,875	1,295
7	-0,71875	1,325
8	-0,59375	1,355

G16b Zie de grafieken hiernaast. (gebruik TABLE)

(de grafiek van f heeft H.A.: $y = -6$ en de grafiek van g heeft H.A.: $y = 1$)

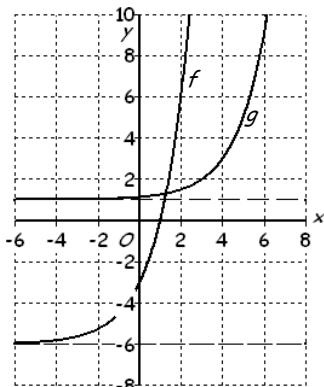
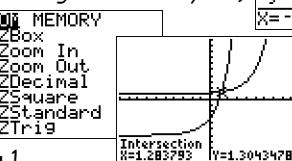
G16c $f(x) = g(x)$ (intersect) $\Rightarrow S(1,28; 1,30)$.

G16d $f(x) = -4\frac{1}{2} \Rightarrow 3 \cdot 2^x - 6 = -4\frac{1}{2} \Rightarrow$

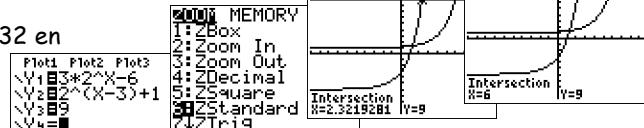
$3 \cdot 2^x = 1\frac{1}{2} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2} = 2^{-1} \Rightarrow x = -1.$

G16e $x = 0 \Rightarrow g(0) = 2^{0-3} + 1 = 2^{-3} + 1 = \frac{1}{8} + 1 = 1\frac{1}{8}.$

$x \geq 0$ (zie grafiek) $\Rightarrow g(x) \geq 1\frac{1}{8}.$

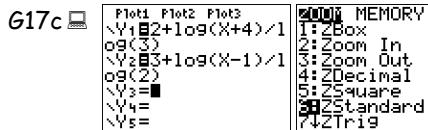


- G16f $f(x) = 9$ (intersect) $\Rightarrow x \approx 2,32$ en
 $g(x) = 9$ (intersect) $\Rightarrow x = 6$.
Dus $AB \approx 6 - 2,32 = 3,68$.



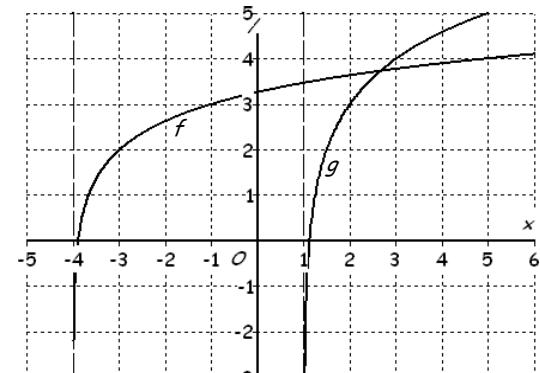
- G17a Beginvoorwaarde bij f : $x+4 > 0 \Rightarrow x > -4 \Rightarrow D_f = (-4, \rightarrow)$.
Beginvoorwaarde bij g : $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow D_g = (1, \rightarrow)$.
Bij f is de V.A.: $x = -4$ en bij g is de V.A.: $x = 1$.

- G17b Zie de grafieken hiernaast. (gebruik TABLE)



$$f(x) = g(x) \text{ (intersect)} \Rightarrow x \approx 2,65.$$

$$f(x) \geq g(x) \text{ (zie grafieken en domeinen van } f \text{ en } g) \Rightarrow 1 < x \leq 2,65.$$



- G17d $f(x) = 8 \Rightarrow 2 + 3\log(x+4) = 8 \Rightarrow 3\log(x+4) = 6 \Rightarrow x+4 = 3^6 = 729 \Rightarrow x = 725$.
 $f(x) \leq 8$ (zie domein en grafiek van f) $\Rightarrow -4 < x \leq 725$.
- G17e $x = 6 \Rightarrow f(6) \approx 4,096$ en $g(6) \approx 5,322$. Dus $AB = g(6) - f(6) \approx 1,23$.
- G17f $f(x) = 5 \Rightarrow 2 + 3\log(x+4) = 5 \Rightarrow 3\log(x+4) = 3 \Rightarrow x+4 = 3^3 = 27 \Rightarrow x = 23$.
 $g(x) = 5 \Rightarrow 3 + 2\log(x-1) = 5 \Rightarrow 2\log(x-1) = 2 \Rightarrow x-1 = 2^2 = 4 \Rightarrow x = 5$. Dus $PQ = 23 - 5 = 18$.

$y_1(6)$	4.095903274
$y_2(6)$	5.321928095
$y_2(6) - y_1(6)$	1.226024821

- G18a De grafiek van A is een rechte lijn op enkelvoudig logaritmisch papier \Rightarrow exponentiële functie $N_A = b \cdot g^t$.

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \text{ en } N_A = 20000 \Rightarrow b = 20000 \\ t=50 \text{ en } N_A = 70000 \end{array} \right\} \Rightarrow g_{50 \text{ jaar}} = \frac{70000}{20000} = 3,5 \Rightarrow g_{\text{jaar}} = g = 3,5^{\frac{1}{50}} \approx 1,025.$$

$$\text{Dus } N_A \approx 20000 \cdot 1,025^t.$$

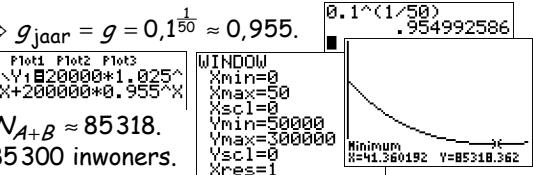
- De grafiek van B is een rechte lijn op enkelvoudig logaritmisch papier \Rightarrow exponentiële functie $N_B = b \cdot g^t$.

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \text{ en } N_B = 200000 \Rightarrow b = 200000 \\ t=50 \text{ en } N_B = 20000 \end{array} \right\} \Rightarrow g_{50 \text{ jaar}} = \frac{20000}{200000} = 0,1 \Rightarrow g_{\text{jaar}} = g = 0,1^{\frac{1}{50}} \approx 0,955.$$

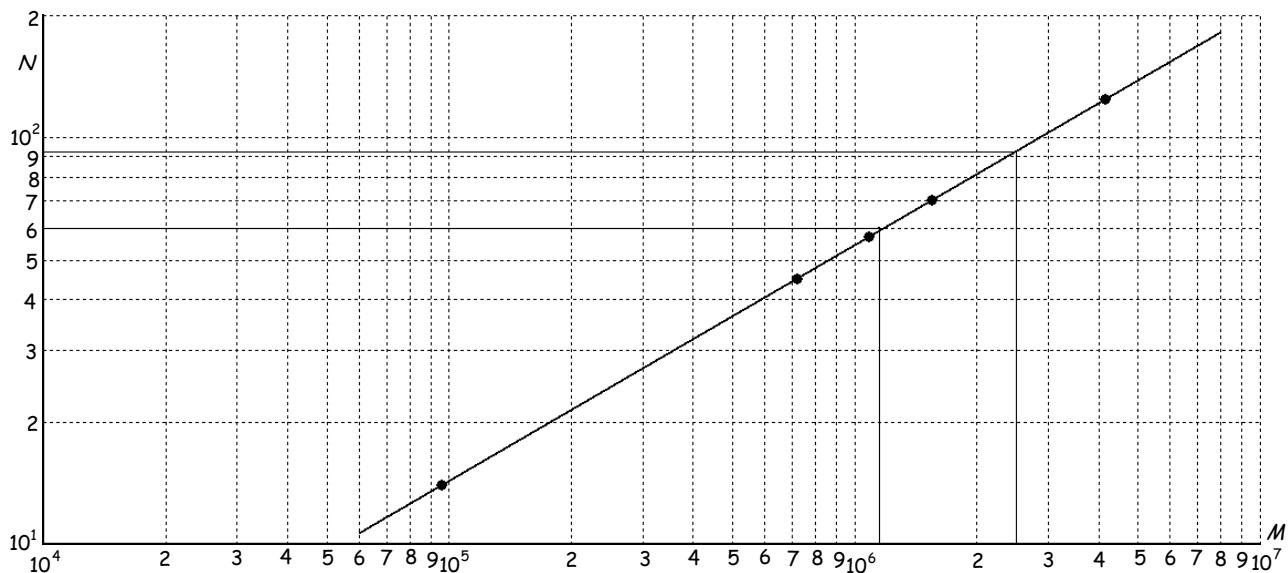
$$\text{Dus } N_B \approx 200000 \cdot 0,955^t.$$

- G18b $N_{A+B} \approx 20000 \cdot 1,025^t + 200000 \cdot 0,955^t$ (minimum) $\Rightarrow t \approx 41,4$ en $N_{A+B} \approx 85318$.

Dus in 1991 is het aantal inwoners minimaal. Er zijn dan ongeveer 85300 inwoners.

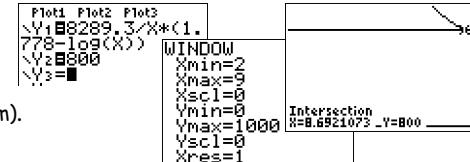


- G19a Zie de punten en de lijn in de figuur hieronder.



- G19b Zie de figuur hierboven. Je verwacht ongeveer 92 ziektegevallen.

- G19c Lees in de figuur hierboven af: ongeveer $1,15 \cdot 10^6$ musketen.



- G20a $N_{\max} = 800 \Rightarrow \frac{8289,3}{B} \cdot (1,778 - \log(B)) = 800$ (intersect) $\Rightarrow B \approx 8,7$ (m).

G20b □ Als B toeneemt van 2 naar 9, dan neemt $\frac{8289,3}{B}$ af, maar blijft positief.

Als B toeneemt van 2 naar 9, dan neemt $\log(B)$ toe $\Rightarrow 1,778 - \log(B)$ neemt af, maar blijft positief.

Dus als B toeneemt van 2 naar 9, dan neemt N_{\max} af $\Rightarrow N_{\max}$ is dalend.

G20c □ $N_{\max}(B) - N_{\max}(B+0,5) = 126$ (intersect) $\Rightarrow B \approx 6,5$ (m).

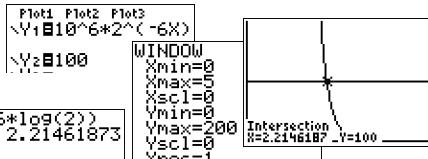
G21a □ Bij $t = 6$ hoort $N = 10^2 \Rightarrow 10^6 \cdot 2^{-r \cdot 6} = 10^2$ (intersect of)

$$2^{-6r} = 10^{-4}$$

$$\log(2^{-6r}) = \log(10^{-4})$$

$$-6r \cdot \log(2) = -4$$

$$r = \frac{-4}{-6 \cdot \log(2)} \approx 2,2. \quad \boxed{2.21461673}$$



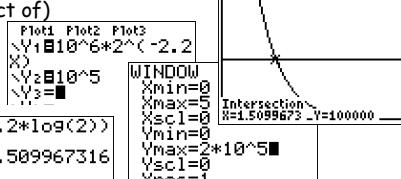
G21b □ $10^6 \cdot 2^{-2,2t} = 0,1 \cdot 10^6 = 10^5$ (intersect of)

$$2^{-2,2t} = 10^{-1}$$

$$\log(2^{-2,2t}) = \log(10^{-1})$$

$$-2,2t \cdot \log(2) = -1$$

$$t = \frac{-1}{-2,2 \cdot \log(2)} \approx 1,5 \text{ (minuut).} \quad \boxed{1.509967316}$$



G21c □ Teken de lijn door $(0,10^6)$ en $(2,55;10^5)$ (zie de figuur hiernaast).

Dus ook door $(5,1;10^4)$, $(7,65;10^3)$ en $(10,2;10^2)$.

